

# **Value-at-Risk im Asset Management**

*von Jochen M. Kleeberg / Christian Schlenger*

1. Einleitung
2. Integration des Value-at-Risk in das Portfoliomanagement
3. Value-at-Risk in der Strategischen Asset Allocation
4. Value-at-Risk in der Taktischen Asset Allocation
5. Schlussbetrachtung

„*The way we manage risks is ultimately going to depend on how we define those risks.*“<sup>1</sup>

Robert D. Arnott, Peter L. Bernstein

## 1. Einleitung

Die theoretische Behandlung und die praktische Anwendung des Value-at-Risk-Konzeptes sind bislang überwiegend auf das Risikomanagement der Handelspositionen bei Kreditinstituten gerichtet, wie auch der inhaltliche Schwerpunkt des vorliegenden Handbuches dokumentiert. Ein wesentliches Charakteristikum von Handelspositionen ist ihre „Kurzfristigkeit“ bezüglich der mittleren Haltedauer. Zur Kontrolle und Begrenzung der potenziell existenzgefährdenden Marktrisiken unterliegen die Banken einer weitreichenden Regulierung unter Einbeziehung des Value-at-Risk (VaR). Im Mittelpunkt des Interesses steht dabei das Risiko kurzfristiger Marktwertverluste des Handelsportfolios, das üblicherweise auf der Basis eines VaR-Analysehorizontes von einem bzw. zehn Tagen bestimmt wird.<sup>2</sup> Neben dem Handelsportfolio unterliegt aber auch der Anlagebestand – zu dem etwa die Anteile an *Spezialfonds* zählen – ungeachtet seiner längerfristigen Zweckbestimmung einer kurzfristigen VaR-Kalkulation.<sup>3</sup>

Eine derartige kurzfristige Perspektive ist jedoch für viele *institutionelle* (Langfrist-) *Anleger* außerhalb des Bankensektors nicht bzw. nur bedingt relevant. Dies gilt etwa für Versicherungsunternehmen oder Einrichtungen der betrieblichen Altersversor-

---

<sup>1</sup> Arnott / Bernstein (1990), S. 33.

<sup>2</sup> Die Notwendigkeit einer kurzfristigen VaR-Analyse resultiert aus der spezifischen Verpflichtungsstruktur von Kreditinstituten (v.a. Spar- und Sichteinlagen). Sie müssen grundsätzlich jederzeit bereit und in der Lage sein, den Auszahlungswünschen ihrer Kunden kurzfristig nachzukommen. Dies ist jedoch nicht mehr gewährleistet, wenn das Eigenkapital durch Abschreibungen auf die Handelspositionen aufgezehrt ist. Vgl. dazu auch Beckström et al. (1994), S. 15.

<sup>3</sup> Um diesem Erfordernis Rechnung zu tragen, berechnen die Investmentgesellschaften VaR-Werte für die von Banken und Sparkassen aufgelegten Spezialfonds. Dabei kommt ein brancheneinheitlich standardisiertes Verfahren zur Anwendung, das den Value-at-Risk auf 95%-Niveau bei zehntägigem Horizont auf der Grundlage der historischen Volatilität des Anteilswertes (bzw. ersatzweise anhand eines repräsentativen Indexes) ermittelt. Die standardisierten Werte lassen sich mit Hilfe eines Systems von Anpassungsfaktoren leicht auf institutsspezifische Controlling-Erfordernisse (abweichender Betrachtungshorizont, Spezifisches Konfidenzniveau) adaptieren. Vgl. im Einzelnen das M-Rundschreiben Nr. 98/96 vom 28. August 1996 des BVI Bundesverband Deutscher Investment-Gesellschaften e.V.

gung wie z.B. *Pensionskassen* und *Berufsständische Versorgungswerke*, die allesamt langfristige Verbindlichkeiten (Passiva) aufweisen.<sup>4</sup> Demnach muss ihr globales Risikomanagement auf die zuverlässige Erfüllung der künftigen Ablauf- bzw. Pensionsleistungen ausgerichtet sein. Hingegen bedeutet das kurzfristige Unterschreiten der dazu erforderlichen Vermögensbasis nicht automatisch eine dramatische Schiefelage, wie sie bei Banken zu erwarten wäre.<sup>5</sup>

Wenngleich der Anlagehorizont (ökonomischer Horizont) vieler Institutionen quasi unendlich in die Zukunft reicht, sind in der Realität auch diskrete Entscheidungsperioden relevant, die sich insbesondere an den bilanziellen Erfordernissen im Turnus der Geschäftsjahre (buchhalterischer Horizont) orientieren und den Handlungsraum de facto einschränken.<sup>6</sup>

Es stellt sich somit die Frage, welche Rolle und Bedeutung dem intuitiv zugänglichen und als Informationstool anerkannten VaR-Konzept in einem längerfristigen Kontext und im Zusammenwirken mit den „klassischen“ Konzepten des *Portfoliomanagements* zukommen.<sup>7</sup> Das Value-Risk-Konzept ist in seiner Anwendung grundsätzlich offen und somit nicht auf einen bestimmten zeitlichen Horizont beschränkt.<sup>8</sup> Allerdings setzt der Transfer in den Bereich der mittel- bis langfristig motivierten Kapitalanlage die Klärung der methodischen Voraussetzungen und die Auseinandersetzung mit möglichen Problemen in Bezug auf die Horizonterweiterung voraus.<sup>9</sup> Diese Fragestellung ist Gegenstand des Research u.a. bei der RiskMetrics Group, die

<sup>4</sup> Folgt man Albrecht et al. (1996), S. 19-20, so unterscheiden sich institutionelle Anleger wie Versicherungen in den folgenden vier Punkten von Banken: 1. Anlagezweck, 2. Zeithorizont, 3. Relevante Wertkategorien (Buch- und Marktwerte) sowie 4. Relevanz der Verbindlichkeiten. Daraus folgt, dass „... VaR-systems specifically designed for the bank case are not necessarily suitable for the insurance case.“ Albrecht et al. (1996), S. 20.

<sup>5</sup> *Versicherungen* und *Pensionskassen* unterliegen in Deutschland den expliziten Anlagerestriktionen des Versicherungsaufsichtsgesetzes, die dem möglichen Value-at-Risk des Gesamtportfolios von vornherein Grenzen setzen.

<sup>6</sup> „The fundamental issue in long-term asset allocation is the question of trading off long-term good news against the possibility of shorter-term bad news“. Ambachtsheer (1987), S. 25.

<sup>7</sup> Vgl. zu dieser Fragestellung auch McCarthy (1997).

<sup>8</sup> „... VaR enables managers or investors to examine potential losses over particular time horizons. Any measure of VaR requires the specification of such a risk horizon.“ Culp et al. (1998), S. 22.

<sup>9</sup> „Many of the tools and data used in risk management focus on daily risk management, and may be inappropriate for the longer investment horizons that are relevant to the administrators of large asset pools.“ Tan / Gautham (1999), S. 40. Für eine grundsätzliche Diskussion der Bedeutung des Zeithorizontes für Rendite und Risiko von Kapitalanlagen vgl. insbesondere Albrecht (1999) sowie Hammer (1994) und Zimmermann (1991).

bereits wesentlich zur Verbreitung des Value-at-Risk im kurzfristigen Risikomanagement beigetragen hat.<sup>10</sup>

Wir diskutieren nachfolgend die praktische Anwendung des Value-at-Risk-Konzeptes im Rahmen der mittel- bis langfristigen Asset Allocation. Dabei stehen die *Strategische Asset Allocation* und die *Taktische Asset Allocation* im Blickpunkt des Interesses.<sup>11</sup> Die Ansätze unterscheiden sich vor allem hinsichtlich der Fristigkeit der Betrachtung (Planungshorizont) und der Informationsbasis. Die VaR-Anwendungen im Rahmen des Asset Managements sind prinzipiell (zusätzlich) mit denselben konzeptionellen Problemen (z.B. Schätzunsicherheit) und Grundsatzfragen (z.B. Wahl der VaR-Methode) behaftet wie dies im kurzfristigen Risikomanagement der Fall ist.<sup>12</sup> Zur Fokussierung auf die Horizontthematik abstrahieren wir weitgehend von diesen Aspekten und verweisen diesbezüglich auf die übrigen Beiträge des Handbuches Risikomanagement.

## 2. Integration des Value-at-Risk in das Portfoliomanagement

Der Value-at-Risk ist als diejenige Marktwertänderung eines Portfolios definiert, die mit Sicht auf einen bestimmten Zeithorizont  $T$  (Haltedauer in Jahren) nur mit einer geringen Wahrscheinlichkeit  $p$  unterschritten wird.<sup>13</sup> Wenn man in Einklang mit der These informationseffizienter Märkte davon ausgeht, dass die logarithmierten Kursrelationen einer Brownschen Bewegung mit den Parametern  $\mu$  (Erwartungswert, annualisiert) und  $\sigma$  (Standardabweichung, annualisiert) folgen, lässt sich der VaR eines Portfolios mit dem Marktwert  $V$  formal wie folgt ermitteln:<sup>14</sup>

<sup>10</sup> Vgl. Wulpeputte (1999), S. 20-21.

<sup>11</sup> Vgl. zu den Kategorien der Asset Allocation Sharpe (1990). Für weitere potenzielle Anwendungen des Value-at-Risk aus der Sicht des Asset Managers vgl. Culp et al. (1998), S. 28-31.

<sup>12</sup> Die Methodenfragen sind wichtig, sollten aber nicht von vornherein die Bereitschaft zur Anwendung des Value-at-Risk blockieren: „... the benefit of most VaR applications for asset managers traces more to how the VaR estimate is used than to the calculation methodology.“ Culp et al. (1998), S. 32.

<sup>13</sup> Es handelt sich demnach nicht um einen „Floor“. Ein höherer Wertverlust ist mit der Gegenwahrscheinlichkeit  $(1-p)$  möglich. In Einklang mit der Log-Normalverteilung liegt der theoretische Maximalverlust bei 100% des investierten Kapitals.

<sup>14</sup> Die Transformation zwischen diskreten und logarithmierten (stetigen) Renditen lautet wie folgt (vgl. zur Log-Normalverteilung auch Poddig / Dichtl / Petersmeier (2000), S.71-78):

$$\ln(1 + R) = \ln(e^r) = \ln[\exp(r)] = r .$$

$$(1) \quad \text{VaR}(\mu, \sigma, p, T) = V * \left[ \exp(\mu * T - L(p) * \sigma * \sqrt{T}) - 1 \right].$$

Der Ausdruck im Exponenten reflektiert die Brownsche Bewegung der Log-Renditen. Dabei steht  $L(p)$  für das Fraktile der Standardnormalverteilung bei einer Wahrscheinlichkeitsdichte von  $p$ .<sup>15</sup> Beispielsweise erhält man bei einer Wahrscheinlichkeit von  $p=97,5\%$  den Wert  $L(p)=1,96$ , was annähernd zwei Standardabweichungen entspricht. Entgegen der üblichen Vorgehensweise nehmen wir keine Vorzeichenumkehr vor, d.h. wir weisen aus Darstellungs- und Interpretationsgründen überwiegend negative VaR-Werte aus.

### Zeitliche Transformation des Value-at-Risk

Wir konzentrieren uns nachfolgend auf die VaR-Parameter  $\mu$  und  $T$ , d.h. auf den Erwartungswert der Verteilung der (logarithmierten) Portfoliorenditen und den Anlagehorizont. Beide Parameter werden im herkömmlichen Risikomanagement mit Value-at-Risk kaum problematisiert. Dies ist insofern gerechtfertigt, als VaR-Analysen in Kreditinstituten zumeist nur für eintägige ( $T=1/250$ ) bzw. zehntägige ( $T=10/250$ ) Horizonte angelegt sind, wobei die erwartete Rendite – die man im Kontext der Brownschen Bewegung auch als Drift bezeichnet – regelmäßig gleich null gesetzt wird. Somit gilt :

$$(2) \quad \text{VaR}(\mu = 0, \sigma, p, T) = V * \left[ \exp(-L(p) * \sigma * \sqrt{T}) - 1 \right]$$

---

Dabei steht  $R$  für diskrete und  $r$  für stetige Renditen,  $e$  ist die Basis des natürlichen Logarithmus und entspricht dem Wert von rund 2,7183. Eine Einführung in die dynamische Modellierung von Assetpreisen – darunter die Geometrisch Brownsche Bewegung – findet sich in Hull (1989), S. 62-79, Luenberger (1998), S. 296-318 und Watsham / Parramore (1997), S. 333-355. Vgl. zur Relevanz dieses stochastischen Prozesses im VaR-Kontext auch Albrecht et al. (1996), S. 11-12.

<sup>15</sup> Die Annahme der (Log-)Normalverteilung zählt zu den Grundpfeilern der Modernen Portfoliotheorie und ist auch im Asset Management herrschende Praxis. Sofern die tatsächlichen Renditeverteilungen davon abweichen, können Fehler in der VaR-Schätzung und der Asset Allocation resultieren, vgl. Wilson (1999), S. 74-75. Dies wird für Student-t-Verteilungen (leptokurtische Verteilungen mit „fat tails“) in Lucas / Klaassen (1998) gezeigt. Allgemein gilt, dass die relative Variante des VaR (vgl. Abschnitt 4 zur Taktischen Asset Allocation) gegenüber einer fehlerhaften Verteilungsannahme weniger anfällig ist als der absolute VaR. Deshalb ist es auch grundsätzlich vertretbar, dass die VaR-Systeme im Asset Management weniger komplex (und teuer) sind als die im Handelsbereich. Vgl. Culp et al. (1998), S. 23 und S. 29.

Die Vernachlässigung der erwarteten Rendite bei kurzem Analysehorizont ist insofern gerechtfertigt, als die Streuung der Renditen den Erwartungswert in Bezug auf den VaR typischerweise dominiert. Die dadurch bewirkte (leichte) Überschätzung der kritischen Marktwertänderung ist im Sinne eines konservativen Risikoausweises als sachgerecht anzusehen, wenngleich auch der Händler einer Bank nur bei positiver Ertragsersparnis entsprechende Risikopositionen eingehen wird.<sup>16</sup>

Mit der Ausdehnung des VaR-Horizontes für Anwendungen im Portfoliomanagement, d.h. auf Sicht von einem Monat bis zu mehreren Jahren, gewinnt der Erwartungswert als Kompensation des Risikos jedoch zunehmend an Bedeutung.<sup>17</sup> Das relative Gewicht der erwarteten Rendite steigt gegenüber der Renditestreuung mit zunehmendem Horizont deutlich an. Dies ist auf die unterschiedliche Skalierung der Rendite- und der Risikokomponente zurückzuführen. Während der Erwartungswert der Log-Renditen linear über die Zeit transformiert wird, erfolgt die zeitliche Aggregation für die Standardabweichung der Log-Renditen nichtlinear nach der sog. Quadratwurzel-T-Regel, wie aus der Formel (1) in Verbindung mit Abb. 1 ersichtlich ist. Aufgrund dieser differenzierten Skalierung ist auch der VaR eine nichtlineare Funktion der Zeit.<sup>18</sup>

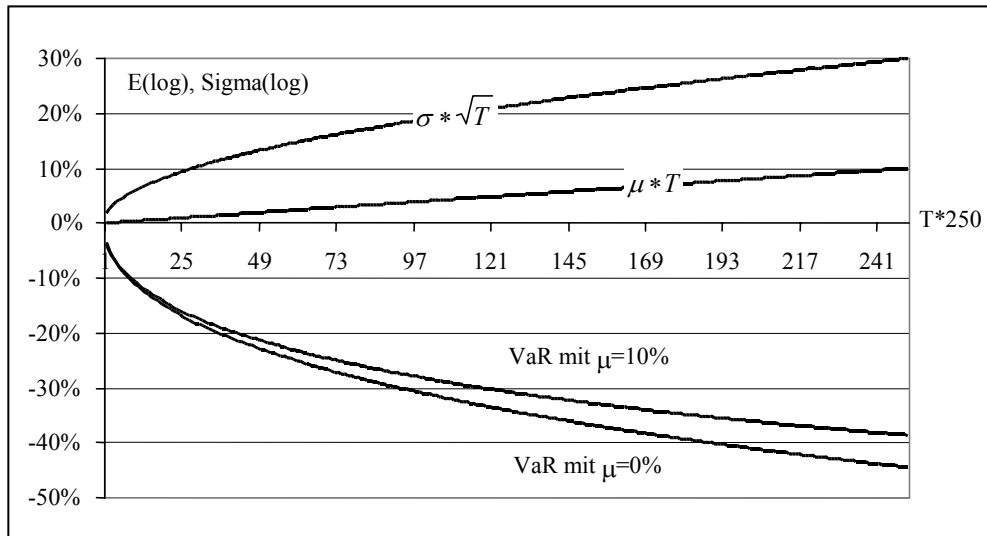
Abb. 1 veranschaulicht diesen Zusammenhang für das Beispiel eines Portfolios mit einem Erwartungswert der Log-Renditen von 10% p.a. und einer Standardabweichung der Log-Renditen von 30% p.a., wobei der Horizont von einem Tag ( $T=1/250$ ) bis zu rund einem Jahr (250 Tage, d.h.  $T=1$ ) variiert. Der Portfoliowert wird auf  $V=1$  (dies kann z.B. eine Million EURO sein) gesetzt, so dass die VaR-Werte auch als

<sup>16</sup> Vgl. auch Albrecht et al. (1996), S. 5-8.

<sup>17</sup> Zur Schätzung des Erwartungswertes von Portfolios bestehen grundsätzlich mehrere Möglichkeiten, auf die wir an dieser Stelle lediglich verweisen wollen: 1. Historische Durchschnittswerte je Assetklasse, 2. Explizite (subjektive) Erwartungswerte, 3. Einheitliche Erwartungswerte für mehrere oder alle Assetklassen. Die letztgenannte Variante wird auch als Stein-Schätzung bezeichnet. Sie bietet konzeptionelle Vorteile, die ausführlich in Hensel / Turner (1999) diskutiert werden. Setzt man für alle Assetklassen identische Stein-Schätzer an, so hat dies zur Konsequenz, dass der Value-at-Risk bezüglich der Renditedimension wieder invariant wird, weil der Erwartungswert aller risikobehafteten Portfolios identisch ist.

<sup>18</sup> Die Wurzel-T-Regel kann nicht ohne weiteres direkt auf den Value-at-Risk angewendet werden. Diese Verfahrensweise ist (auch bei diskreten Renditen) allenfalls dann korrekt, wenn die Driftkomponente vernachlässigt wird. Andernfalls wird auch der Erwartungswert nur mit dem Wurzel-T-Faktor adjustiert, mit der Folge eines fehlerhaften (zu konservativen) VaR-Ausweises. Unter diesem Vorbehalt steht die folgende Aussage: „The multi-period VaR is ... just the one-period VaR multiplied by the square root of the number of periods in the risk horizon.“ Culp et al. (1998), S. 26.

Prozentangaben in Bezug auf einen beliebigen Portfolio-Marktwert interpretiert werden können. Das relevante VaR-Konfidenzniveau  $p$  beträgt durchgängig 97,5%.



**Abb. 1: Zeitliche Aggregation und Value-at-Risk-Skalierung**

Aufgrund der linearen Rendite-Zeit-Beziehung und der nichtlinearen (konkaven) Volatilitäts-Zeit-Beziehung (vgl. obere Hälfte in Abb. 1) folgt, dass es einen Horizont  $T$  geben muss, bei dem sich die entsprechenden Kurven in Abb. 1 schneiden. Der VaR (mit Drift von 10% p.a.) erreicht in der Nähe dieses in der Grafik (untere Hälfte) nicht sichtbaren Punktes sein Minimum (VaR mit dem höchsten absoluten Betrag) und dreht anschließend nach oben, um dann die Abszisse bei VaR=0 zu schneiden.<sup>19</sup> Jenseits dieses Schnittpunktes wird eine positive Marktwertänderung des Portfolios mit einer Wahrscheinlichkeit von  $p$  nicht unterschritten. Bei Nichtberücksichtigung der erwarteten Portfoliorendite (d.h. Drift = 0%) steigt der (absolute) VaR hingegen stetig an, die VaR-Kurve hat folglich keinen Wendepunkt.

Die einfache Skalierung in der beschriebenen Form setzt die serielle Unabhängigkeit der Renditen für alle Messintervalle (d.h. keine Pfadabhängigkeit), die Symmetrie ihrer Verteilung (d.h. keine Optionselemente) sowie die Konstanz der Verteilungspa-

<sup>19</sup> Im Beispielfall wird das VaR-Minimum nach  $T=8,64$  Jahren, der Schnittpunkt der VaR-Kurve (mit Drift) mit der Abszisse (VaR=0) jedoch erst nach rund 34,5 Jahren erreicht. Wir verweisen im Übrigen auf eine vergleichbare Grafik im Handbuch-Beitrag von Rohweder, die einen entsprechenden Umkehr- und Schnittpunkt bei mehrjährigem Horizont auch visuell zeigt.

parameter voraus.<sup>20</sup> Diese Annahmen sind in der praktischen Anwendung kritisch zu überprüfen, insbesondere dann, wenn der relevante Analysehorizont und das zugrunde liegende Renditemessintervall deutlich auseinanderliegen. Dies ist etwa dann der Fall, wenn der Einjahres-VaR eines Portfolios anhand der Zeitreihe von Tagesrenditen ermittelt wird. Bei dieser Vorgehensweise wird zum einen vorausgesetzt, dass das Portfolio laufend rebalanciert wird bzw. so stark diversifiziert ist, dass marktbedingte Gewichtungänderungen innerhalb des Portfolios keinen Einfluss auf die Verteilung der Portfoliorenditen haben.<sup>21</sup> Außerdem wird von Autokorrelationen in den zugrunde liegenden Renditereihen abstrahiert, die sich z.B. durch einen Variance-Ratio-Test identifizieren lassen.<sup>22</sup> Sofern die Renditen autokorreliert sind, ergeben sich bei Anwendung der einfachen Skalierungsregeln fehlerhafte VaR-Schätzungen. Dies wird deutlich, wenn man die Log-Portfoliorenditen z.B. als Mean-Reversion-Prozess modelliert, so dass man für den VaR schreiben kann:<sup>23</sup>

$$(3) \quad \text{VaR}(\mu, \sigma, p, T) = V * [\exp(\mu * T - L(p) * \sigma(\eta, T)) - 1]$$

$$\text{mit} \quad \sigma^2(\eta, T) = \frac{\sigma^2}{2\eta} * [1 - \exp(-2\eta T)].$$

Dabei bezeichnet  $\eta$  den Mean-Reversion-Parameter (größer null), der die Intensität des „Zuges“ hin zum Erwartungswert angibt. Je größer dieser Parameter ist, desto geringer sind c.p. die auf einen bestimmten Horizont bezogene Renditevarianz und damit auch der VaR des Portfolios im Vergleich zu nicht-autokorrelierten Renditen. Dies ist auch aus Abb. 2 ersichtlich, wo zwei VaR-Kurven für Mean-Reversion Parameter von 0,15 und 0,75 unter Berücksichtigung einer erwarteten Rendite von jeweils 10% p.a. eingetragen sind. Man kann zeigen, dass die Renditevarianzen mit zunehmendem Horizont  $T$  jeweils gegen den Wert  $\sigma^2/2\eta$  konvergieren. Für

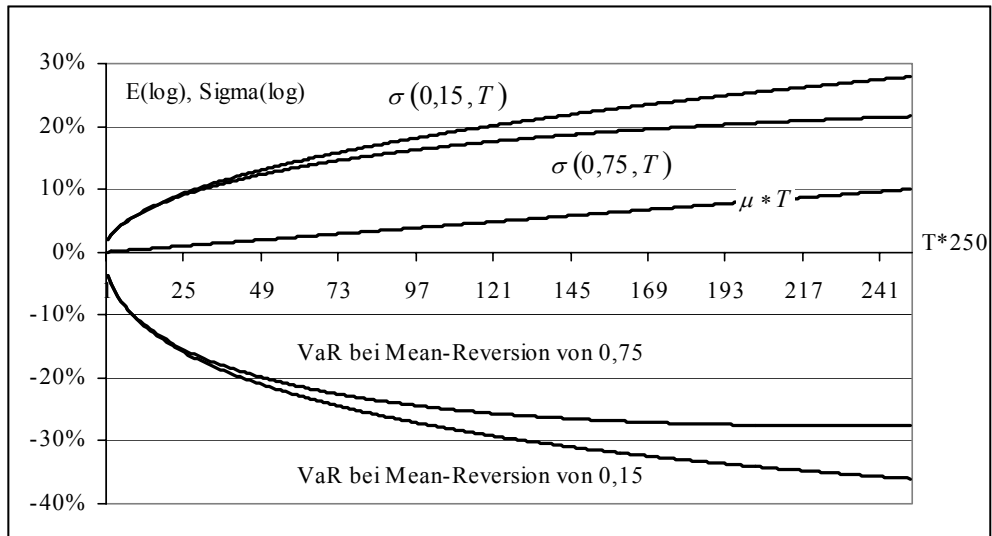
<sup>20</sup> Vgl. zur Kritik an diesen Annahmen und zu alternativen Verfahrensweisen der horizontabhängigen Volatilitätsschätzung Christoffersen et al. (1998).

<sup>21</sup> In diesem Zusammenhang sei auf den Zentralen Grenzwertsatz hingewiesen, vgl. dazu etwa Poddig / Dichtl / Petersmeier (2000), S. 89-92 und Watsham / Parramore (1997), S. 136-137. Demnach ist die Summe bzw. der Mittelwert einzelner Log-Renditen annähernd normalverteilt, unabhängig davon, welche Verteilung den einzelnen Renditerealisationen zugrunde liegt.

<sup>22</sup> Vgl. zu diesem Test z.B. Campbell et al. (1997), S. 48-55 und S. 66-74.

<sup>23</sup> Vgl. zum Mean-Reversion-Prozess und zum Zusammenhang zwischen dem Mean-Reversion-Parameter und dem Autokorrelationskoeffizienten eines diskreten AR(1)-Prozesses Dixit / Pindyck (1994), S. 74-78.

$\eta \rightarrow 0$  erhält man VaR-Schätzer, die denen bei Brownscher Bewegung der Portfolioerrenditen (ohne Autokorrelation) und einfacher Skalierung entsprechen.



**Abb. 2: Value-at-Risk-Skalierung bei Autokorrelation**

Bei signifikant autokorrelierten Reihen ist die Quadratwurzel-T-Regel ohne Korrekturen allenfalls zur ad-hoc-Skalierung über relativ kurze Zeitperioden tauglich. Für längere Horizonte sollte die Schätzung der Verteilungsparameter direkt anhand horizontkonformer Renditen vorgenommen werden, sofern die verfügbare Datenbasis hierzu im Einzelfall ausreichend ist. Für das praktische Portfoliomanagement ist die Verwendung monatlicher Renditen zur Risikoermittlung grundsätzlich empfehlenswert und in der Praxis weit verbreitet.<sup>24</sup>

### Integration von Value-at-Risk-Limiten in die Portfolio-Auswahl-Entscheidung

Gemäß den Konzepten der modernen Kapitalmarkttheorie (Portfoliotheorie und Capital Asset Pricing Model) werden Anlageentscheidungen von nutzenmaximierenden Investoren unter bestimmten restriktiven Annahmen (insbesondere vollkommener Kapitalmarkt, Risikoaversion, Normalverteilung oder quadratische Nutzenfunktion) nur auf der Basis des Erwartungswertes und der Standardabweichung der diskreten

<sup>24</sup> Siehe dazu auch Beckers (1999), S. 50.

Portfoliorenditen getroffen.<sup>25</sup> Alle effizienten Portfolios, d.h. solche mit maximaler Renditeerwartung für eine bestimmte Standardabweichung, liegen demnach in einem  $\mu, \sigma$ -Diagramm auf einem nach rechts geöffneten Parabelast bzw. auf einer von der risikofreien Anlage ausgehenden Geraden. Das für den Entscheider optimale Portfolio ergibt sich als Tangentialpunkt der Nutzenfunktion und der effizienten Grenze. Die Verwendung der Standardabweichung der Renditen als Risikomaß stößt in der Praxis häufig auf Kritik, da auch positive Abweichungen vom Erwartungswert als Risiko aufgefasst werden.<sup>26</sup> Tatsächlich fassen viele Investoren aber nur das Unterschreiten einer bestimmten Vermögens- oder Renditegrenze als Risiko auf. Dieser intuitiven Risikowahrnehmung tragen die sog. Downside-Risikomaße (Lower Partial Moments) und auch der Value-at-Risk Rechnung.<sup>27</sup>

Nachfolgend wird gezeigt, wie sich der Value-at-Risk als zusätzliches Kriterium in der Portfolio-Auswahl-Entscheidung berücksichtigen lässt.<sup>28</sup> Dabei ist zu beachten, dass der VaR für risikoaverse Anleger allein grundsätzlich nicht ausreichend ist, um rationale Anlageentscheidungen zu treffen.<sup>29</sup> Obwohl die theoretische Fundierung des VaR-Einsatzes generell nur als vage zu bezeichnen ist<sup>30</sup>, kann die heuristische Einbeziehung des Value-at-Risk in praktische Anlageentscheidungen zur Entscheidungsunterstützung sinnvoll sein, insbesondere wenn es um die diffizile Operationalisierung der Risikoeinstellung bzw. der Risikofähigkeit des institutionellen Anlegers geht.<sup>31</sup>

---

<sup>25</sup> Eine praxisorientierte Diskussion der wichtigsten theoretischen Konzepte des Asset Managements liefert Kritzman (1995).

<sup>26</sup> Vgl. zur anhaltenden Diskussion des Risikobegriffs im Asset Management Beckers (1999), Frantzmänn (1998) und Grinold / Kahn (2000), S. 41-85.

<sup>27</sup> Die Portfolio-Selection auf Basis von Downside-Risikomaßen (speziell Semivarianz) ist schon 1952 von Markowitz diskutiert worden und erst in den vergangenen Jahren „wiederentdeckt“ worden. Vgl. dazu Harlow (1991), S. 287-288, Kahn / Stefek (1996) und Schmidt-von Rhein (1998), S. 591-625. Zur Portfolio-Selection mit Lower Partial Moments verweisen wir auf den Beitrag von Zagst / Scheuenstuhl in diesem Handbuch.

<sup>28</sup> Die Grundidee lässt sich auf Baumol (1963) zurückführen.

<sup>29</sup> Der VaR liefert eine Wahrscheinlichkeitsaussage, aber keine Angabe zur Höhe einer maximal möglichen Zielverfehlung. Vgl. zu den Defiziten des VaR bei beliebigen Verteilungen Johanning (1998).

<sup>30</sup> „VaR is not an exact science nor risk prediction; it is an analysis with assumptions that may be flawed, using history as a best guess for future price movements“. McCarthy (1997), S. 23. „A shortcoming of Value at Risk is the lack of a sound theoretical foundation.“ Schröder (1996), S. 152. „The Black-Scholes world [which we use as the relevant framework for Value-at-Risk, Anm. d. Verf.] is inconsistent with standard CAPM/mean/variance theory.“ Kahn / Stefek (1996), S. 6.

<sup>31</sup> Ein wesentlicher Unterschied der VaR-Anwendung im treuhänderischen Asset Management im Vergleich zur Anwendung im Eigenhandel der Banken besteht darin, dass das Risikomanagement

Zur Integration des VaR in die Portfoliotheorie bestehen grundsätzlich mehrere Möglichkeiten, die sich bereits anhand des einfachen 2-Asset-Falles erläutern lassen.

### Segmentierung der Effizienzgrenze mittels eines Value-at-Risk-Limits

Die Portfolio-Auswahl-Entscheidung unter Berücksichtigung einer expliziten VaR-Restriktion stellt insofern eine Modifikation des klassischen Markowitz-Ansatzes dar, als die nutzenbedingte Portfoliowahl auf denjenigen Teil der Effizienzlinie beschränkt ist, für den das VaR-Limit eingehalten ist.<sup>32</sup> Unter der Bedingung normalverteilter (diskreter) Portfoliorenditen lässt sich die VaR-Restriktion als Gerade in den Raum aus Erwartungswert und Standardabweichung legen, wobei der Ordinatenschnitt den kritischen VaR-Wert (bei  $V=1$ ) bzw. die geforderte Mindestrendite anzeigt und die Steigung das Konfidenzniveau reflektiert.<sup>33</sup> Die Gerade bewirkt eine Segmentierung des Möglichkeitsraumes in einen Bereich zulässiger und einen Bereich unzulässiger Portfolios. Die maßgeblichen Grenzen werden dabei durch den bzw. die Schnittpunkt(e) der VaR-Restriktion mit der Effizienzlinie definiert. Je strenger das VaR-Limit formuliert ist, desto stärker ist der Alternativenraum des Anlegers eingeschränkt und desto größer ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Restriktion bindend wirkt. Im Extremfall existiert kein Schnittpunkt, d.h. keines der effizienten Portfolios erfüllt die VaR-Restriktion. In diesem Fall muss der Anleger die Restriktion kritisch überprüfen.

Wenn die Portfolioauswahl hingegen in einer Welt lognormalverteilter Kursrelationen erfolgt<sup>34</sup>, kann das VaR-Limit nicht mehr unmittelbar über die Verteilungspara-

---

auf die Risikoeinstellungen einer Vielzahl institutioneller Investoren ausgerichtet sein muss. Für die erfolgreiche Bewältigung dieser komplexen Aufgabe ist es außerordentlich hilfreich, wenn die Sponsoren der einzelnen Fonds bzw. Portfolios zur Quantifizierung ihrer Risikotoleranz in der Lage sind. Vgl. McCarthy (1997), S. 17-18 und S. 23.

<sup>32</sup> Vgl. für die Definition eines VaR-Limits Beeck et al. (1999).

<sup>33</sup> Vgl. zu diesem Ansatz (bei normalverteilten Portfoliorenditen) Leibowitz et al. (1996).

<sup>34</sup> Die Portfolio Selection bei lognormalverteilten Kursrelationen unterscheidet sich von der bekannten Portfolio Selection nach Markowitz. Dies betrifft insbesondere die Gestalt der Effizienzlinie. Beispielsweise verliert das diskrete Minimum-Varianz-Portfolio (vgl. dazu Kleeberg (1995)) im Log-Rendite-Risiko-Raum seine Effizienzeigenschaft, während zugleich andere Portfolios erstmals effizient werden. Zudem impliziert die Verteilungsannahme strenggenommen die Notwendigkeit eines kontinuierlichen Rebalancing der Portfolios, da die Linearkombination mehrerer lognormalverteilter Assets ansonsten nicht ebenfalls log-normalverteilt sein kann. Für praktische Anwendungen kann man sich jedoch mit der Approximation behelfen, dass sowohl die einzelnen Assets wie auch die daraus gebildeten Portfolios über diskrete Zeiträume lognormalverteilt sind, vgl. Bawa / Chakrin (1979), S. 49-50. Vgl. zu den Besonderheiten der modifizierten Portfolio Selection

meter der diskreten Renditen ermittelt werden.<sup>35</sup> Stattdessen muss man den Umweg über die Log-Parameter gehen, welche in eindeutiger Relation zu den Parametern der diskreten Renditen stehen.<sup>36</sup>

$$(4) \quad \mu_P = \ln \left[ \frac{(E(R_P) + 1)}{\sqrt{1 + \left( \frac{Std(R_P)}{E(R_P) + 1} \right)^2}} \right],$$

$$(5) \quad \sigma_P^2 = \ln \left[ 1 + \left( \frac{Std(R_P)}{E(R_P) + 1} \right)^2 \right].$$

Aufgrund dieser nichtlinearen Beziehungen ist es nun nicht mehr möglich, das VaR-Limit graphisch als Gerade abzutragen, sofern man das Limit nicht ebenfalls in Log-Form formuliert.<sup>37</sup> Wir wählen stattdessen einen alternativen Ansatz zur Veranschaulichung der Portfolio Selection bei lognormalverteilten Kursrelationen. Das Konzept ist in der folgenden Abb. 3 graphisch dargestellt.

Im oberen Teil der Grafik sind die auf Basis zweier Portfolios A und B möglichen Portfoliokombinationen im Log-Erwartungswert/Log-Sigma-Raum abgetragen, wobei das Portfolio B zugleich das Portfolio mit der maximalen Log-Renditeerwartung (d.h. maximale erwartete geometrische Rendite bzw. Wachstumsrate) darstellt.<sup>38</sup> Für jede zulässige Portfolioposition lässt sich anhand der Verteilungsparameter der Log-Renditen ein Value-at-Risk ermitteln und für  $V=1$  in dasselbe Achsenkreuz eintragen. Die entsprechende VaR-Kurve ist in der unteren Hälfte der Abb. 3 eingezeichnet, wobei die VaR-Werte mit negativem Vorzeichen versehen sind. Zur Entschei-

---

unter lognormalverteilten Kursrelationen Bawa / Chakrin (1979), Elton / Gruber (1974) und Luenberger (1998), S. 417-443.

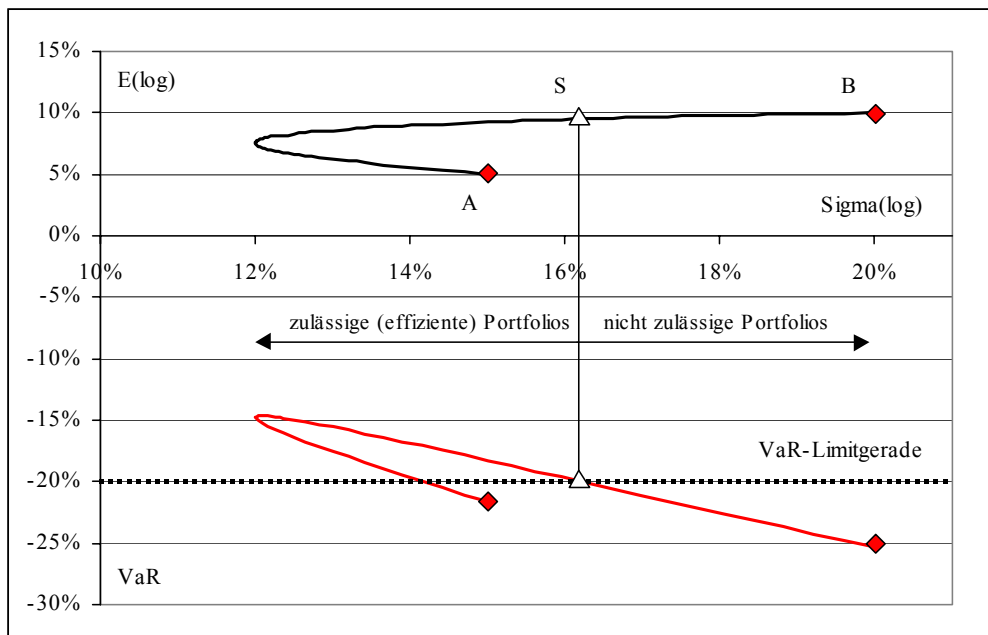
<sup>35</sup> Allerdings lässt sich in diesem Fall eine VaR-Restriktion mittels der Ungleichung von Tschebyschew approximieren, vgl. Johanning (1998), S. 86-90.

<sup>36</sup> Vgl. dazu und zu weiteren formalen Zusammenhängen zwischen diskreten und kontinuierlichen Renditen de La Grandville (1998), S. 75-77. Vgl. auch den formalen Anhang im Beitrag von Rohweder in diesem Handbuch.

<sup>37</sup> Vgl. zu dieser alternativen Vorgehensweise zur VaR-Limitierung die Abb. 9 in Abschnitt 4 unseres Beitrages.

<sup>38</sup> Die Portfolios sind durch folgende Log-Verteilungsparameter gekennzeichnet:  $\mu(A)=5\%$ ,  $\sigma(A)=15\%$ ,  $\mu(B)=10\%$ ,  $\sigma(B)=20\%$ ,  $\text{Korr}(A,B)=0$ .

findung kann nun ein absolutes VaR-Limit definiert werden, welches graphisch einer Horizontalen in Höhe des kritischen VaR-Wertes entspricht. Die Menge der Anlagealternativen ist damit auf jene effizienten Portfolios beschränkt, für die die VaR-Kurve oberhalb dieser horizontalen VaR-Restriktion liegt (Bereich zwischen dem Portfolio mit der geringsten Log-Standardabweichung und dem Grenzportfolio S).<sup>39</sup> Sofern die Isonutzenfunktion des Anlegers die Effizienzkurve in diesem Bereich tangiert, ist das VaR-Limit nicht überschritten und die Portfoliowahl nicht restringiert. Letzteres wäre dann der Fall, wenn sich der Tangentialpunkt von effizienter Grenze und Nutzenfunktion rechts davon im Bereich unzulässig hoher VaR-Werte befände.



**Abb. 3: Segmentierte Effizienzlinie bei Value-at-Risk-Limit von  $-20\%$**

Im Beispiel der Abb. 3 liegt die VaR-Restriktion bei  $-0,20$  auf Jahressicht, d.h. für den Anleger sind von vornherein nur solche Portfolios akzeptabel, bei denen die Wahrscheinlichkeit des Verlustes von 20% des Anlagekapitals oder mehr maximal 2,5% beträgt. Damit ist der zulässige Alternativenraum auf die weniger volatilen

<sup>39</sup> Nicht alle Portfolios links von S sind zulässig, da ein Teil der ineffizienten Portfolios das VaR-Limit nicht erfüllt. Die ineffizienten Portfolios sind bei rationaler Portfoliowahl jedoch grundsätzlich nicht entscheidungsrelevant.

Portfoliopositionen links des Schnittpunktes S beschränkt, während z.B. das volatile Wachstumsporfolio B von vornherein nicht zulässig ist.

### **Value-at-Risk-basierte Entscheidungskriterien für die optimale Portfoliowahl**

Sofern eine dezidierte nutzenbasierte Portfolioentscheidung innerhalb des durch das VaR-Limit aufgespannten Investitionsbereiches nicht möglich ist bzw. vom Anleger als zu schwierig empfunden wird, bestehen mehrere heuristische Alternativen einer VaR-gestützten Identifizierung des optimalen Portfolios.<sup>40</sup>

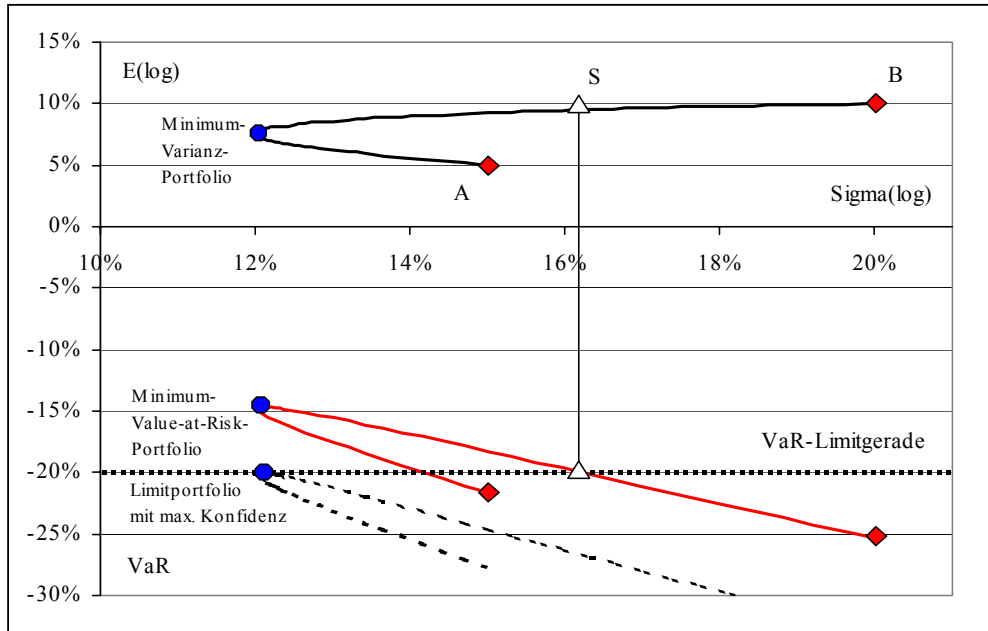
Eine naheliegende Möglichkeit für besonders risikoaverse Investoren besteht darin, bei gegebenen VaR-Parametern das Portfolio mit dem geringsten Value-at-Risk zu wählen. Dieses Portfolio ist grundsätzlich zulässig, sofern das VaR-Limit nicht von vornherein alle Portfolios ausschließt. Es ist in Abb. 4 als Scheitelpunkt (Maximum) der VaR-Kurve markiert und entspricht jenem Tangentialportfolio, das man durch Parallelverschiebung der horizontalen VaR-Limitgeraden nach oben erhält. Im Beispiel ergibt sich für den minimal erreichbaren VaR ein absoluter Wert von 0,1465 (zum Vergleich: der höchste VaR beträgt 0,2532 für Portfolio B). Die entsprechenden Rendite-Risikoparameter für das *Minimum-VaR-Portfolio* betragen im Log-Modus 7,86% (Rendite) und 12,09% (Risiko). Wichtig ist, dass das Portfolio mit dem geringsten Value-at-Risk aufgrund der Berücksichtigung der Erwartungswerte nicht identisch ist mit demjenigen Portfolio, welches die geringste Standardabweichung bzw. Varianz der Log-Renditen aufweist (Minimum-Log-Varianz-Portfolio). Für Letzteres erhält man die abweichenden Log-Parameter 7,52% (Rendite) und 12,00% (Risiko).

Die zweite Möglichkeit zur Portfolio-Auswahl ist die Wahl des Portfolios mit der höchsten erwarteten Log-Rendite (d.h. höchste erwartete Wachstumsrate), das gerade noch das VaR-Limit erfüllt. Man erhält dieses Portfolio, indem man ausgehend vom (rechten) Schnittpunkt der Limitgeraden mit der VaR-Kurve ein senkrechtes Lot errichtet und dessen Schnittpunkt mit der Effizienzkurve markiert. Nach diesem Kriterium wird das Portfolio S mit einer erwarteten Log-Rendite von 9,50% bei einer Log-Standardabweichung von 16,28% selektiert.

---

<sup>40</sup> Die Ansätze entsprechen denen, die üblicherweise für den Fall normalverteilter Renditen diskutiert werden, vgl. etwa Gramlich et al. (1999) und Leibowitz et al. (1996).

Schließlich besteht die Alternative, im Sinne des *"Safety-First"-Prinzips* in das Portfolio zu investieren, bei dem das gegebene VaR-Limit (hier: -20%) mit maximaler Konfidenz nicht verletzt wird.<sup>41</sup> Dies bedeutet, dass die Wahrscheinlichkeit der VaR-Verletzung ( $1-p$ ) minimiert wird, mit entsprechender Auswirkung auf das Fraktile der Standardnormalverteilung  $L(p)$ . Für gegebene Verteilungsparameter im Raum der Log-Renditen erhält man infolge der gestiegenen Konfidenz c.p. höhere absolute VaR-Werte für alle Portfolios.



**Abb. 4: Varianten der Portfolioauswahl bei Value-at-Risk-Limit von -20%**

In der graphischen Analyse der Abb. 4 bedeutet dies eine Verlagerung der VaR-Kurve nach unten. Um das Portfolio zu bestimmen, das mit der höchstmöglichen Konfidenz das VaR-Limit gerade noch erfüllt, ist die VaR-Kurve soweit zu verschieben, bis sie mit ihrer Kopfseite die horizontale VaR-Restriktion (im Beispiel bei -20%) tangiert. Dabei ist zu beachten, dass sich die Gestalt der VaR-Kurve infolge dieser Transformation verändert, weil sich die Variation des Konfidenzniveaus nichtlinear auf den Value-at-Risk auswirkt. Mit steigender Konfidenz steigt die relative Bedeutung der Standardabweichung bei der VaR-Kalkulation im Vergleich zum

<sup>41</sup> Vgl. zum Safety-First-Prinzip z.B. Reichling (1996).

Erwartungswert.<sup>42</sup> Infolgedessen erfährt auch die Zusammensetzung des Minimum-VaR-Portfolios – das zugleich das optimale Portfolio repräsentiert – gegenüber der Ausgangsposition eine Veränderung. Damit ist eine Verringerung der Volatilität und graphisch eine leichte Bewegung nach links verbunden. Im konkreten Beispielfall weist das Tangentialportfolio einen VaR von  $-20\%$  bei einer von  $97,5\%$  auf  $99,375\%$  gestiegenen Konfidenz auf. Die erwartete Log-Rendite (die Log-Standardabweichung) des Tangentialportfolios beträgt nunmehr  $7,75\%$  ( $12,04\%$ ).

### 3. Value-at-Risk in der Strategischen Asset Allocation

Die Bestimmung der *Strategischen Asset Allocation* gilt allgemein als die wichtigste Entscheidung, die ein institutioneller Investor zu treffen hat, weil sie den Erfolg der Kapitalanlagen wesentlich beeinflusst.<sup>43</sup> Der Gegenstand der Strategischen Asset Allocation ist die langfristig angelegte Festlegung der Vermögensstruktur des institutionellen Anlegers.<sup>44</sup>

Eine diesbezüglich sachgerechte Entscheidung setzt zum einen Konsensusschätzungen der langfristigen Rendite- und Risikoparameter für die relevanten Assetklassen voraus, deren (Log-)Renditen als normalverteilt angenommen werden. Daneben ist die aus den spezifischen Gegebenheiten und den Zielen des Anlegers abzuleitende Risikotoleranz Voraussetzung für die Analyse der Strategischen Asset Allocation. Die Risikotoleranz wird dabei implizit als statisch betrachtet, d.h. sie wird für längere Horizonte fixiert.

Die bedeutendste Teilentscheidung im Rahmen der Strategischen Asset Allocation besteht in der Ermittlung der langfristig adäquaten Aktienquote. Sensitivitätsanalysen auf der Basis des Value-at-Risk können helfen, das Chancen-Risiko-Profil alternativer Allokationsvorschläge fundiert zu evaluieren.

---

<sup>42</sup> Dieser Sachverhalt lässt sich anhand von Gleichung (1) leicht nachvollziehen: Mit steigendem Faktor  $L(p)$  wird die Volatilität in der VaR-Formel relativ zum Erwartungswert zunehmend stärker gewichtet. Mit steigender Konfidenz nähert sich das Portfolio mit dem geringsten Value-at-Risk dem Portfolio mit der geringsten Volatilität (Minimum-Varianz-Portfolio) an.

<sup>43</sup> Vgl. Brinson et al. (1991), Ibbotson / Kaplan und – kritisch – Hensel / Turner (1999).

<sup>44</sup> Eine einführende Übersicht zur Strategischen Asset Allocation liefert Kritzman (1990), S. 5-31. Vgl. auch Sharpe (1990), S. 7.21-7.23.

## Risikotoleranz des Anlegers und Bestimmung der Strategischen Aktienquote

Abgesehen von den rechtlichen Restriktionen (wie z.B. Versicherungsaufsichtsgesetz) unterliegt die Strategische Asset Allocation vieler institutioneller Anleger zusätzlichen Restriktionen wie insbesondere der bilanziellen Anforderung, dass Vermögensverluste die verfügbaren Stillen Reserven nicht überschreiten dürfen, d.h. dass Abschreibungen auf den Vermögenspool zu begrenzen bzw. zu vermeiden sind. Wir definieren die Risikotoleranz als die gerade noch tolerierte Wahrscheinlichkeit, dass diese Restriktion auf Jahressicht nicht eingehalten wird.<sup>45</sup> Die mögliche Ausdehnung auf längere Horizonte erfolgt in analoger Weise.

Zur Demonstration der Einsatzmöglichkeiten des Value-at-Risk zur Bestimmung der Strategischen Aktienquote schreiben wir das Zahlenbeispiel aus Abschnitt 2 fort. Dazu sei angenommen, dass das risikobehaftete Portfolio A ein reines Rentenportfolio und das risikobehaftete Portfolio B ein reines Aktienportfolios repräsentiert.<sup>46</sup> Das Alternativenfeld wird nun zusätzlich um eine risikofreie Anlage  $r_f$  mit einer (Log-)Rendite von 4% p.a. ergänzt (vgl. Abb. 5). Das Entscheidungsproblem besteht zunächst darin, die Struktur und damit den Aktienanteil des optimalen risikobehafteten Mischportfolios P – bestehend aus A und B – zu ermitteln und dieses dann entsprechend der Risikotoleranz des Anlegers mit der risikofreien Anlage zu kombinieren. Das gesuchte Mischportfolio P entspricht im Beispielfall dem effizienten (Tangential-)Portfolio, das die Composite Assets A und B in den Anteilen 32,07% und 67,93% (Aktienquote) enthält. Für das Portfolio P ergibt sich eine erwartete Log-Rendite von 9,07% p.a. bei einer Volatilität von 14,41% p.a. Durch Mischung dieses Portfolios mit der risikofreien Anlagealternative lässt sich die Aktienquote gezielt steuern, wenngleich das (effiziente) Erreichen höherer Aktienquoten (d.h. größer als 67,93%) nur mittels Kreditaufnahme realisierbar wäre. Die optimale Akti-

---

<sup>45</sup> Bei zweiparametrischen Verteilungen gilt, dass je größer die Wahrscheinlichkeit  $p$  ist, desto geringer ist die individuelle Risikotoleranz bzw. desto höher ist die Risikoaversion. Damit kommt dem Fraktile  $L(p)$  im Rahmen der VaR-Kalkulation praktisch die Funktion eines Risikoaversionsparameters zu. Im Unterschied zur Zielfunktion der klassischen Portfolio Selection erfolgt die Skalierung hierbei jedoch über die Standardabweichung anstelle der Varianz.

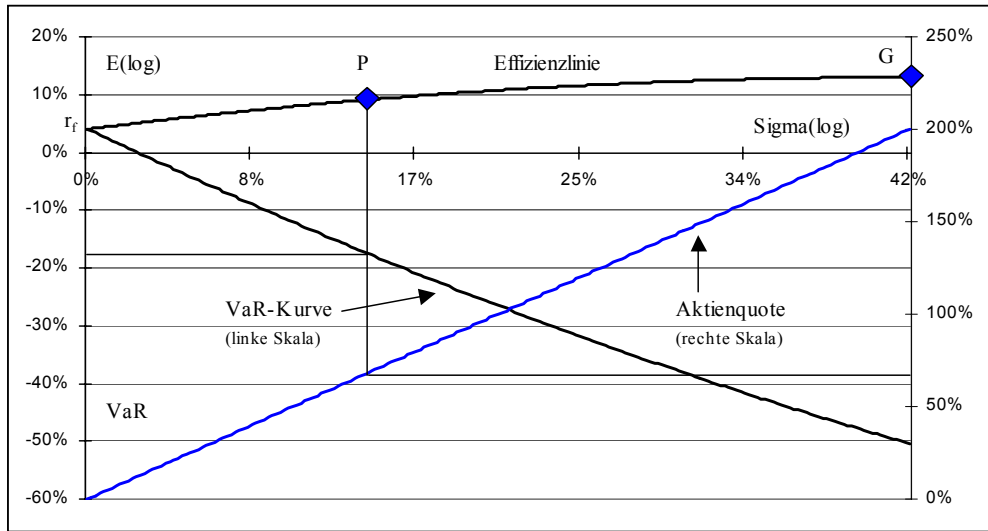
<sup>46</sup> Für das Rentenportfolio könnte man auch eine deutlich niedrigere Volatilität ansetzen, um das Beispiel realitätsgetreuer zu gestalten. Das analytische Procedere und die wesentlichen Ergebnisse bleiben davon jedoch unberührt.

quote ist somit das Ergebnis einer Linearkombination aus der risikofreien Anlage und dem gemischten Portfolio P (sog. Two-Fund-Separation).<sup>47</sup>

Zur Wahl der anlegerspezifischen Aktienquote lässt sich wiederum ein Entscheidungskriterium auf der Basis einer VaR-Kalkulation definieren. Zu diesem Zweck wird die neue Effizienzlinie unter Berücksichtigung der Erwartungswertkomponente in eine VaR-Kurve (für  $V=1$ ) transformiert, die in der Abb. 5 (linke Skala) abgetragen ist. Demnach steigt der Value-at-Risk absolut betrachtet mit zunehmender Aktienquote (rechte Skala in Abb. 5) monoton an. Für das Tangentialportfolio P ergibt sich ein Value-at-Risk von  $-17,50\%$ . Im Bereich sehr niedriger Aktienquoten (im Beispiel bis etwa  $12\%$ ) verbleibt der Value-at-Risk aufgrund des Einflusses der überwiegenden risikofreien Renditeerwartung  $r_f$  zunächst im positiven Bereich. Ein institutioneller Anleger, der über keine Stillen Reserven verfügt oder aus anderen Gründen keine Wertverluste hinzunehmen bereit ist, wird die für ihn maßgebliche VaR-Restriktion bei einem Wert von null ansetzen (Abszisse). Wenn hingegen ein „Sicherheitspolster“ in Form Stiller Reserven verfügbar ist, kann das Risiko von Abschreibungen durch eine entsprechend höhere VaR-Restriktion eingefangen werden. In der graphischen Analyse der Abb. 5 ließe sich eine solche Restriktion in Form einer Horizontalen in Höhe des kritischen VaR-Wertes erfassen. Der Schnittpunkt mit der VaR-Kurve definiert die höchstmögliche Aktienquote, die noch in Einklang mit der Risikotoleranz steht. So wäre in unserem Beispiel eine für deutsche Verhältnisse sehr hohe Aktienquote von rund  $43\%$  möglich, wenn die Stillen Reserven im Ausgangszeitpunkt  $10\%$  des Portfoliowertes ausmachten (entspricht einer VaR-Restriktion von  $-10\%$ ).

---

<sup>47</sup> Zur Bestimmung der von der risikofreien Anlage ausgehenden Effizienzlinie im Log-Renditeraum wird zunächst das Portfolio G mit der höchsten erwarteten Rendite identifiziert, welches zugleich den Scheitelpunkt des Alternativenraumes in der Form einer umgekehrten Parabel darstellt und typischerweise hochgradig geleveragt ist. Die analytische Vorgehensweise wird im Einzelnen in Luenberger (1998), S. 432-435, dargestellt. Im vorliegenden Beispielfall beträgt der Erwartungswert der Log-Renditen dieses Portfolios  $13\%$  p.a., und die entsprechende Volatilität liegt bei  $42,43\%$  p.a. Die Tatsache, dass es durch Kreditaufnahme zu  $94,44\%$  ( $200\%$ ) in das Basisportfolio A (B) investiert ist, zeigt, dass es sich eher um ein theoretisches Konstrukt denn um eine reale Anlagealternative handelt. Seine Bedeutung resultiert daraus, dass es die neue Effizienzlinie nach oben hin abschließt (vgl. auch Abb. 5).



**Abb. 5: Ermittlung der Strategischen Aktienquote mittels Value-at-Risk**

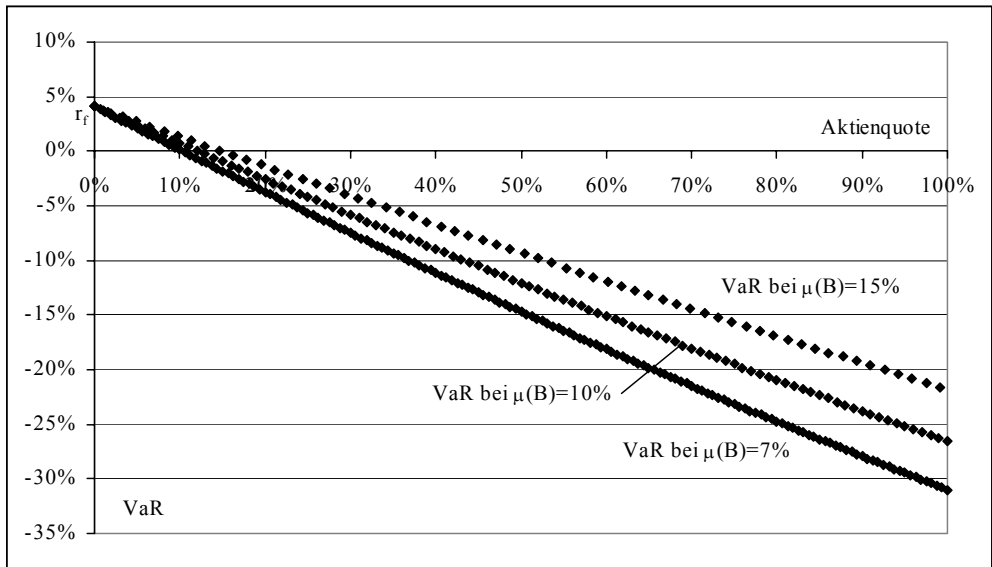
Die Abhängigkeit der Value-at-Risk-Schätzer von den erwarteten Konsensusrenditen macht die analytische Bestimmung der Strategischen Aktienquote sensitiv gegenüber variierenden Renditeinputs. Allzu optimistische Renditeerwartungen bzw. diesbezügliche Schätzfehler bergen prinzipiell die Gefahr, dass die Risikoinvestments infolge zu niedriger VaR-Schätzer zu hoch ausfallen. Um dies exemplarisch zu belegen, ist der Verlauf der VaR-Kurve in Abb. 6 für alternative Renditeerwartungen als Funktion der Aktienquote eingetragen.<sup>48</sup> Konkret wird die Log-Renditeerwartung für das Aktienportfolio B c.p. von 10% auf zunächst 7% und dann auf 15% gesetzt, während die erwartete Rendite für das Rentenportfolio A fixiert bleibt. Bei einer VaR-Restriktion von 10% bewirkt dies c.p. eine Absenkung bzw. Erhöhung der zulässigen Aktienquote von 43% auf rund 37% respektive 52%.

### Surplus-Value-at-Risk in einer integrierten Aktiv-Passiv-Analyse

Die Bestimmung der adäquaten Strategischen Asset Allocation im Rahmen einer auf die Vermögensseite eines institutionellen Anlegers fokussierten Betrachtung ist in der Praxis häufig ausreichend, wenn die Stillen Reserven hoch sind (bilanzieller Aspekt) und die laufenden Zahlungsverpflichtungen problemlos aus dem eingehenden

<sup>48</sup> Dabei ist für unser Beispiel zu beachten, dass Aktienquoten jenseits von 67,93% (bei  $\mu(B)=10\%$ ) infolge der spezifischen Zusammensetzung des Tangentialportfolios nur mittels Leveraging erreichbar wären, sofern man sich auf effiziente Portfoliositionen beschränkt.

den Cash-Flow bedient werden können. Im Übrigen werden die Verbindlichkeiten indirekt auch bereits über eine VaR-Restriktion des Vermögensportfolios erfasst. Dennoch kann es unter bestimmten Bedingungen sinnvoll bzw. sogar erforderlich sein, die Passiva explizit in die Optimierung der Strategischen Asset Allocation einzubeziehen. Dies ist dann der Fall, wenn sowohl die Aktivseite als auch die Passivseite einer marktwertorientierten Bewertung und Analyse unterzogen werden (müssen).<sup>49</sup>



**Abb. 6: VaR-Sensitivität der Strategischen Aktienquote bezüglich der langfristigen Renditeerwartungen**

Dies bedeutet de facto, dass an die Stelle des reinen Vermögensportfolios ein sog. *Long-Short-Portfolio* tritt, das die Vermögenspositionen (Assets) als Long-Positionen (d.h. in positiven Anteilen) und die Verbindlichkeiten (Liabilities) als Short-Positionen (d.h. in negativen Anteilen) enthält, wobei die Relation zwischen

<sup>49</sup> Vgl. zur entsprechenden US-amerikanischen Pensionsfonds-Praxis Arnott / Bernstein (1990). Mit zunehmender Verbreitung angelsächsischer Bilanzierungsstandards wird die marktwertorientierte Sichtweise in absehbarer Zeit auch in Deutschland deutlich an Bedeutung gewinnen. Zur weitergehenden Abgrenzung des Alternativenfeldes der Strategischen Asset Allocation und zur Abbildung der Komplexität des Zielsystems institutioneller Anleger mit langfristigen Verbindlichkeiten ist es darüber hinaus möglich, die Restriktionen auf Basis des nachfolgend diskutierten Surplus-VaR und des Vermögens-VaR zu kombinieren. Vgl. zu diesem sog. Dual-Shortfall-Approach ausführlich Leibowitz et al. (1996), Kapitel 3.

Assets und Liabilities als Funding Ratio bezeichnet wird.<sup>50</sup> Die resultierende Netto-Position, die dem Marktwert des Eigenkapitals entspricht, wird im *Asset-Liability-Management* (ALM) auch als *Surplus* ( $S$ ) bezeichnet.<sup>51</sup>

$$(6) \quad S(t) = V(t) - L(t)$$

mit  $L(t)$  = Marktwert der Verbindlichkeiten im Zeitpunkt  $t$ .

„Der Surplus ist das Reservepolster zum Ausgleich von unterdurchschnittlichen Erträgen und/oder überdurchschnittlichen Zunahmen der Leistungsverpflichtungen“.<sup>52</sup> Je größer der Surplus ist, desto besser ist der finanzielle Status und desto größer sind tendenziell die Freiheitsgrade des Anlegers. Das Risiko des Sponsors besteht in einem negativen Surplus, d.h. darin, dass die Assets nicht mehr zur Bedeckung der Liabilities ausreichen (Unterdeckung bzw. Funding Ratio  $< 1$ ), so dass Nachschüsse zum Schließen der Deckungslücke erforderlich werden. Das Erzielen einer positiven Vermögensrendite ist weder eine notwendige noch eine hinreichende Bedingung, um dieser potenziellen Gefahr zu begegnen, da die Marktwertsteigerung der langfristigen Verbindlichkeiten infolge sinkender Zinsen gleichzeitig höher ausfallen kann. Um dieses Risiko explizit zu kontrollieren, muss die Rendite-Risiko-Analyse des Vermögensportfolios durch eine entsprechende Rendite-Risiko-Analyse des Long-Short-Portfolios substituiert werden. Die interessierende Größe ist dann das Surplus-Ergebnis. Wir definieren die (logarithmierte) Surplus-Rendite von  $t$  bis  $t+1$  vereinfacht wie folgt.<sup>53</sup>

---

<sup>50</sup> Wir beschränken uns auf den einfachen Fall, dass die Cash-Flow-Struktur der (bestehenden) Verbindlichkeiten bekannt und nicht disponibel ist, so dass eine Modellierung entsprechend einer Bondposition möglich ist. In komplexeren Analysen werden die bestehenden und die künftigen Verbindlichkeiten in Abhängigkeit verschiedener Einflussgrößen (wie z.B. für Versorgungseinrichtungen die voraussichtliche Entwicklung des Aktiven- und Rentnerbestandes, der Leistungsstruktur und der Beitragsbemessung) dynamisch im Zeitablauf modelliert.

<sup>51</sup> Vgl. dazu und zu einer guten Einführung in das ALM-Modelling Ammann (1992), S. 193-203. Für eine Diskussion weiterführender Ansätze vgl. Nager (1998).

<sup>52</sup> Ammann (1992), S. 201.

<sup>53</sup> Es gibt verschiedene Definitionen der Surplus-Rendite, wobei der Nenner meist auf das Vermögen oder die Verbindlichkeiten im Ausgangszeitpunkt lautet, um der Möglichkeit eines anfänglichen Surplus von null Rechnung zu tragen. Wir bevorzugen die direkter zu interpretierende Definition mit dem Surplus im Ausgangszeitpunkt als Bezugsbasis und schließen einen negativen Zähler sowie einen Nenner von null aus.

$$(7) \quad r(\text{Surplus}) = \ln \left[ \frac{S(t+1)}{S(t)} \right].$$

Wenn man analog zu unseren bisherigen Betrachtung davon ausgeht, dass diese Surplus-Rendite einer Brownschen Bewegung (mit Drift) unterliegt, so kann man diesbezüglich in gewohnter Weise einen Value-at-Risk berechnen.<sup>54</sup> Dieser sog. *Surplus-Value-at-Risk (SVaR)* bezeichnet jenen Wert des Surplus, der über einen festgelegten Horizont mit bestimmter Wahrscheinlichkeit nicht unterschritten wird.<sup>55</sup>

$$(8) \quad \text{SVaR}(\mu, \sigma, p, T) = S * \left[ \exp(\mu * T - L(p) * \sigma * \sqrt{T}) - 1 \right].$$

Dabei bezeichnen  $\mu$  und  $\sigma$  die Log-Verteilungsparameter des Long-Short-Portfolios. Ausgehend von einem bestehenden Funding-Status kann der Anleger nun eine verbindliche SVaR-Restriktion definieren, die bei der Festlegung der Strategischen Asset Allocation zu beachten ist. Eine mögliche Restriktion könnte z.B. darin bestehen, dass die Vermögensposition so zu strukturieren ist, dass mit hoher Konfidenz maximal die Hälfte des verfügbaren Surplus auf Jahressicht aufgezehrt wird.

Es ist intuitiv plausibel, dass eine reine Geldmarktanlage in diesem Zusammenhang nicht mehr risikolos ist, da die Volatilität der (langfristigen) Verbindlichkeiten direkt auf die Volatilität des Long-Short-Portfolios und damit auf den Surplus durchschlägt. Ebenso einsichtig ist, dass die Volatilität des Surplus-Value-at-Risk dann den Wert null annimmt (und folglich der SVaR allein die Driftkomponente reflektiert, sofern diese nicht auch null beträgt), wenn das Vermögen so allokiert wird,

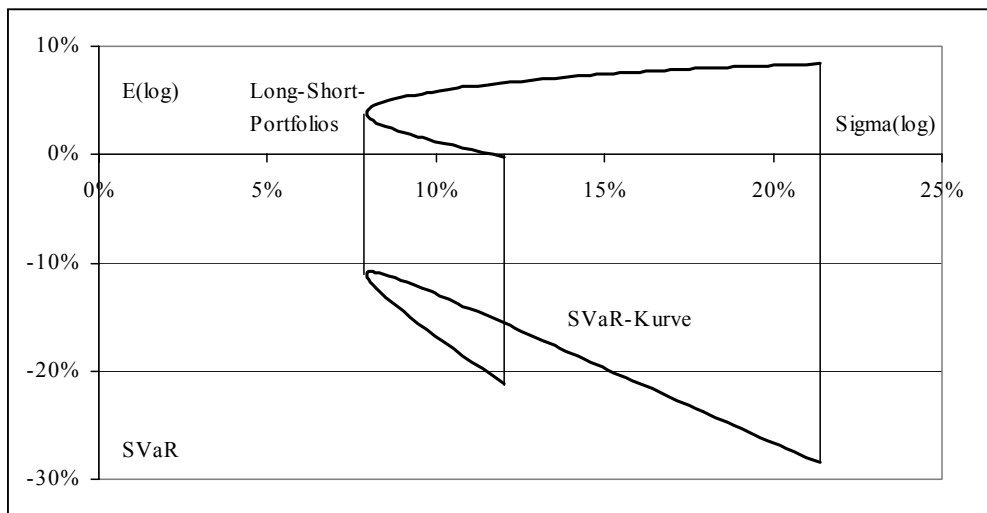
---

<sup>54</sup> Wir halten an dieser Form der Modellierung im Interesse der Kontinuität der Darstellung fest, obwohl sie im hier diskutierten Kontext zu einer erheblichen Einschränkung führt. Aufgrund der für den Surplus getroffenen Verteilungsannahme (Log-Normalverteilung der Surplus-Renditen) ist es nämlich theoretisch unmöglich, dass dieser einen negativen Wert annimmt, d.h. der in Formel (8) ausgewiesene Surplus-Value-at-Risk übersteigt nie den Surplus im Ausgangszeitpunkt. Folglich kann der besonders kritische Fall des Underfunding (negativer Surplus) so nicht adäquat erfasst werden. Dies ergibt sich im Übrigen auch aus der Tatsache, dass die unrealistische Annahme des kontinuierlichen Rebalancing des Long-Short-Portfolios eine konstante Funding Ratio im Zeitablauf impliziert. Das Risiko der Zielverfehlung des institutionellen Anlegers wird also durch unseren VaR-Modellansatz nur bedingt erfasst.

<sup>55</sup> Vgl. zum Begriff Falloon (1999), S. 27. Für eine vertiefte Shortfall-Analyse im Aktiv-Passiv-Kontext vgl. die Fallstudie in Gibson (1997), S. 235-260, das Kapitel 5 in Kritzman (1990) sowie die Kapitel 3, 4, 10, 11 und 14 in Leibowitz et al. (1996), ferner Sharpe (1990) S. 7.30-7.35.

dass die Marktwertschwankungen der Verbindlichkeiten stets vollständig kompensiert werden (Immunsierung).

Zur Veranschaulichung der Funktionsweise des SVaR im Kontext der Strategischen Asset Allocation führen wir das Beispiel des vorherigen Abschnittes fort. Wir gehen dazu von einem Marktwert des Vermögens von  $V=2$  aus und setzen den Wert der Verbindlichkeiten mit  $L=1$  an. Dies entspricht einem Nettovermögen (Surplus) von 1 bzw. einer Funding Ratio ( $=V/L$ ) von 2. Um das Beispiel weiterhin einfach und vergleichbar zu halten, beschränken wir die möglichen (Long-Short-)Portfolios auf 2:1-Kombinationen aus den zuvor gebildeten effizienten Mischportfolios (jeweils bestehend aus Cash und dem Tangentialportfolio P mit einem Aktienanteil von 67,93%, vgl. Abb. 5) und den – als nicht disponibel geltenden – Verbindlichkeiten. Für Letztere seien die folgenden Verteilungsparameter relevant: die erwartete Log-Rendite beträgt 7,50% p.a., die Log-Volatilität liegt bei 12% p.a. und die Korrelation mit dem reinem Tangentialportfolio ist 0,75. Die entscheidende Stellgröße bleibt damit der Anteil des Tangentialportfolios am Gesamtportfolio, der wiederum die Strategische *Aktienquote* des Anlegers determiniert. Für jedes mögliche Long-Short-Portfolio wird anschließend anhand seiner Normalverteilungsparameter der Surplus-Value-at-Risk ermittelt und graphisch abgetragen (vgl. dazu Abb. 7).



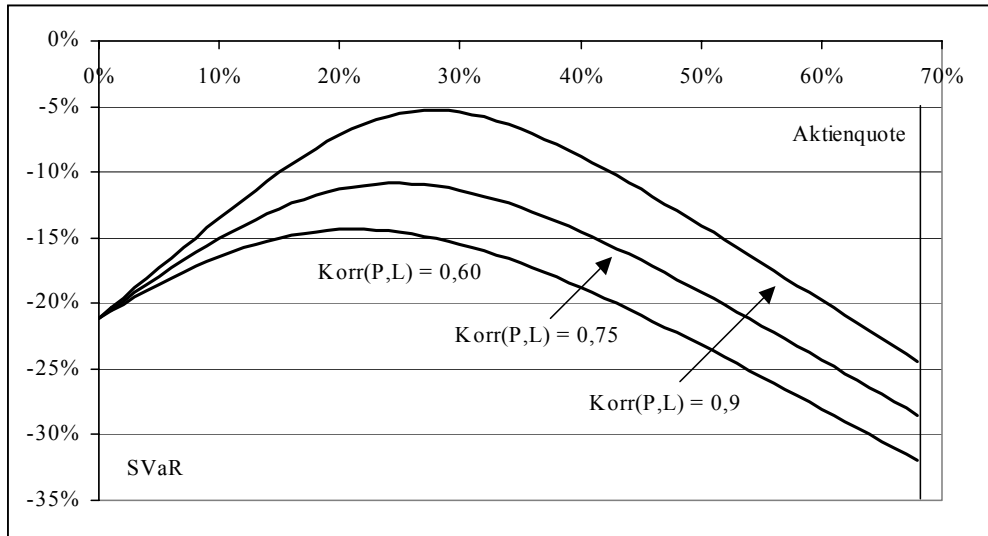
**Abb. 7: Ermittlung der Strategischen Aktienquote mit Surplus-Value-at-Risk**

Das Ergebnis lässt sich wie folgt interpretieren: Für Allokationen mit sehr hohem Cash-Anteil liegt die erwartete Surplus-Rendite nahe null, weil die Rendite der Ver-

bindlichkeiten (Finanzierungskosten) die Vermögensrendite kompensiert. Mit zunehmendem Aktienanteil steigt der Erwartungswert der Surplus-Rendite monoton an, während die Surplus-Volatilität zunächst abnimmt, weil die Volatilität der Passivseite partiell durch diejenige der Aktivseite diversifiziert wird. Bei einer Aktienquote von rund 25% nimmt die Volatilität der Surplus-Rendite ihr Minimum an, um dann ebenfalls monoton zu steigen. Für den Surplus-Value-at-Risk liegt das Minimum – bedingt durch den Einfluss des Erwartungswertes – bei einer *Aktienquote* von ebenfalls rund 25% (vgl. auch Abb. 8). Der höchste SVaR von  $-28,50\%$  ergibt sich für eine Vermögensallokation, die der Struktur des Tangentialportfolios P entspricht. Um die unter Surplus-Aspekten tolerable Aktienquote zu bestimmen, kann der Anleger in Abb. 7 eine SVaR-Restriktion als Horizontale abtragen und den Schnittpunkt mit der SVaR-Kurve ermitteln. Sofern sich dabei zwei Schnittpunkte ergeben (Indifferenz bezüglich SvaR), wird diejenige Allokation mit der höheren Surplus-Renditeerwartung gewählt.

Die vorstehenden Resultate sind wesentlich durch die Annahmen bedingt. Aufgrund der hohen Funding-Ratio von 2 ist das (Underfunding-)Risiko des Anlegers auf Jahressicht selbst bei sehr hoher Aktienquote äußerst gering. Setzt man den kritischen SVaR beispielsweise mit  $-15\%$  an, so ist eine Aktienquote von 41% möglich. Bei Variation z.B. der anfänglichen Funding Ratio oder der Korrelation zwischen risikobehafteten Assets und Verbindlichkeiten ergeben sich alternative Werte der tolerablen Aktienquote. Dies zeigt exemplarisch die Abb. 8, in der für alternative Korrelationsannahmen (Werte von 0,60/0,75/0,90) der Surplus-Value-at-Risk als Funktion der Strategischen Aktienquote abgetragen ist.

Die Grafik in Abb. 8 lässt im Beispielfall zweierlei erkennen: Zum einen sinkt das durch den Surplus-Value-at-Risk gemessene Surplus-Risiko mit zunehmender Korrelation zwischen Vermögen und Verbindlichkeiten. Im theoretischen Extremfall, dass ein Asset die Verbindlichkeiten mit einer Korrelation von eins nachbildet („trackt“), bestünde die Möglichkeit, den SVaR auf null zu setzen und den bestehenden Surplus „einzufrieren“. Andererseits ergibt sich aus den Kurvenverläufen, dass das jeweilige Minimum des Surplus-Value-at-Risk mit zunehmender Korrelation bei einer immer höheren Aktienquote erreicht wird.



**Abb. 8: Surplus-Value-at-Risk als Funktion der Strategischen Aktienquote für alternative Korrelationsannahmen zwischen Vermögen und Verbindlichkeiten**

#### 4. Value-at-Risk in der Taktischen Asset Allocation

Die Strategische Asset Allocation bzw. die daraus abgeleitete Benchmark bildet den Ausgangs- und zugleich den Bezugspunkt für die *Taktische Asset Allocation*, die wir synonym zu aktivem Management betrachten.<sup>56</sup> Die Zielsetzung des *aktiven Portfoliomanagements* besteht generell darin, das durch die passiv replizierbare Benchmark repräsentierte Rendite-Risiko-Profil mittels bewusster Abweichungsentscheidungen zu übertreffen. Die Grundlage dieser aktiven Abweichungen bilden sog. Alphaprognozen, d.h. researchinduzierte Signale bezüglich der relativen Vorteilhaftigkeit bestimmter Assetklassen oder einzelner Assets infolge temporärer Marktineffizienzen.<sup>57</sup>

Ein wesentliches Merkmal der Taktischen Asset Allocation besteht nach modernem Verständnis in der relativen Betrachtungsweise gegenüber der *Benchmark*. Sowohl die Rendite- wie auch die Risikodimension werden relativ zur Benchmark definiert.

<sup>56</sup> Die Taktische Asset Allocation umfasst die sog. informationsbasierten Investmentstrategien, vgl. dazu Kahn / Stefek (1996), S. 3-5. Vgl. zur Taktischen Asset Allocation z.B. Sharpe (1990).

<sup>57</sup> Vgl. dazu ausführlich Grinold / Kahn (2000) sowie Schlenger (1998).

Die relevante Renditegröße wird als *Alpha* bezeichnet, die korrespondierende Risikogröße als *Tracking Error*. Erfolgreiches aktives Management zeichnet sich durch ein positives relatives Rendite-Risiko-Verhältnis (sog. *Information Ratio*) aus, für das wiederum ein positives Portfolioalpha notwendige Voraussetzung ist.

Aufgrund des relativen Analysemodus ist es erforderlich, die Risikogröße Value-at-Risk für Zwecke der Taktischen Asset Allocation zu modifizieren.<sup>58</sup> Dies führt zum relativen Value-at-Risk, mit dem das wertmäßige Potenzial zur Underperformance des Portfolios gegenüber der Benchmark erfasst werden soll.<sup>59</sup> Der primäre Anwendungsbereich liegt dabei in der aktiven Portfolioplanung (ex-ante), wobei der Horizont typischerweise kurz- bis mittelfristig ist (1-12 Monate). Darüber hinaus ist zu überlegen, inwiefern der relative Value-at-Risk auch ex-post, d.h. im Rahmen der Performancemessung einsetzbar ist.<sup>60</sup>

### **Ermittlung und Einsatz des relativen Value-at-Risk**

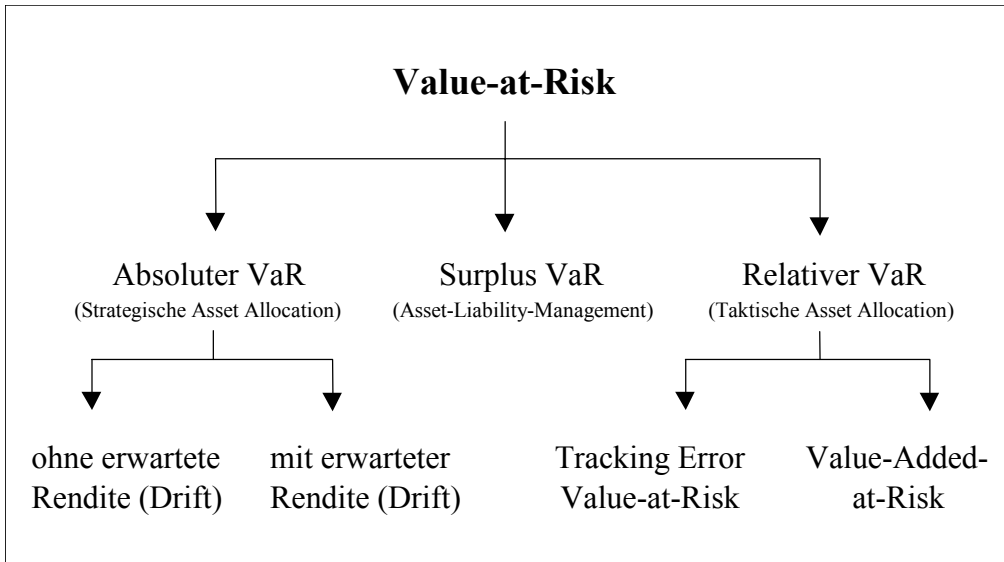
Zur Einordnung und Abgrenzung des relativen Value-at-Risk ist es zweckmäßig, eine Klassifizierung der verschiedenen VaR-Typen in Bezug auf ihre Verwendung im Asset Management vorzunehmen. Eine entsprechende Systematik wird in Abb. 9 entwickelt.

---

<sup>58</sup> Die folgenden Zitate unterstreichen die Bedeutung des relativen VaR im Asset Management: „... the primary benefit of VaR monitoring comes from examining relative VaR, or the VaR of a manager or portfolio compared to the VaR of a benchmark portfolio ...“ Culp et al. (1998), S. 29. – „VaR can and should be used to measure the risk of a fund relative to a benchmark.“ Glauber (1998), S. 39. – „VaR, as used in banks, must be adapted in a number of ways to make it more relevant for institutional investing, namely through measuring VaR with respect to a benchmark.“ McCarthy (1997), S. 23.

<sup>59</sup> Die Bedeutung des benchmarkorientierten Risikomanagements im Rahmen des aktiven Managements wird durch einen aufsehenerregenden Präzedenzfall unterstrichen, den „Lawsuit“ zwischen Unilever und Mercury Asset Management. Dabei geht es um die Klage der Pensionskasse gegen den Asset Manager, weil ein aktiv gemanagtes Portfolio über einen Zeitraum von fünf Quartalen eine Underperformance von 10,5% gegen die Benchmark geliefert hat, und dies bei einer expliziten Tracking Error-Vorgabe von 3% p.a. Ein solches (ca. 3-Sigma-)Ereignis kann nach Auffassung der Klägerin nur bei Vernachlässigung professioneller Risikokontrollstandards bzw. bei Nichtbeachtung der Anlagerichtlinien möglich sein. Vgl. dazu näher IPE Investment & Pensions Europe, November 1999, S. 6. Aus der Sicht des Asset Managers kann eine signifikante Underperformance mittelfristig zum Verlust von Mandaten und somit von Erträgen führen. Der relative VaR kann daher auch als internes Controlling-Instrument zur Steuerung von Geschäftsrisiken (Business Risks) eingesetzt werden.

<sup>60</sup> Vgl. zum Einsatz des VaR in der Performancemessung auch Jorion (1997), S. 285-290.



**Abb. 9: Systematik des Value-at-Risk im Asset Management**

Auf der ersten Gliederungsebene erfolgt die Differenzierung in den absoluten und den relativen Value-at-Risk. Letzterer wird auch als *Benchmark-Value-at-Risk* bezeichnet.<sup>61</sup> Während der absolute Value-at-Risk insbesondere in der Strategischen Asset Allocation und im globalen Risikomanagement zum Einsatz kommt, ist die Anwendung des *relativen Value-at-Risk* auf die Taktische Asset Allocation konzentriert.<sup>62</sup> Der *absolute VaR* kann als Spezialfall des relativen VaR betrachtet werden, wenn man als Benchmark eine unverzinsten Kasseposition bzw. eine risikofrei verzinsten Geldmarktanlage ansetzt.<sup>63</sup> Im ersten Fall ist der Erwartungswert der totalen Portfoliorendite als VaR-Input relevant, im zweiten Fall der Erwartungswert der Risikoprämie des Portfolios. Der Surplus-Value-at-Risk (SVaR) nimmt eine Mittelstellung zwischen absolutem und relativem VaR ein, weil er Elemente beider Varianten vereint.<sup>64</sup> Auf der zweiten Gliederungsebene wird jeweils danach unterschied-

<sup>61</sup> Vgl. Tan / Gautham (1999), S. 39-40 und Dembo (1997), wo der Benchmark-Value-at-Risk (BVaR) synonym zu Tracking-Error-VaR verwendet wird. Der Benchmark-Value-at-Risk ist strikt vom (absoluten) Value-at-Risk des Benchmark-Portfolios zu unterscheiden.

<sup>62</sup> Eine abweichende Begriffsverwendung findet sich in Dowd (1998), S. 38-43. Demnach zeichnet sich der relative Value-at-Risk durch die Berücksichtigung des Erwartungswertes (Drift) aus, während der absolute VaR den Erwartungswert nicht einbezieht.

<sup>63</sup> „Indeed, risk is always a relative concept and it cannot be discussed meaningfully unless the neutral point has been identified.“ Beckers (1999), S. 48.

<sup>64</sup> Der SVaR gibt einerseits den absoluten VaR eines Long-Short-Portfolios an. Andererseits kann er als relativer VaR eines reinen Long-Portfolios mit einer Liability-Benchmark interpretiert werden.

den, ob die Erwartungswertkomponente (Drift) in die VaR-Berechnung einbezogen wird oder nicht. Wir betrachten in diesem Abschnitt die beiden Typen des relativen Value-at-Risk, nämlich den *Tracking-Error-Value-at-Risk* sowie den *Value-Added-at-Risk*.<sup>65</sup>

Zur Diskussion des relativen VaR muss ein Bewertungsmodell definiert werden, welches die Unterscheidung zwischen ordentlichen und außerordentlichen Renditen erlaubt. Das CAPM ist der wichtigste Bewertungsansatz im Kapitalmarktgleichgewicht. Der damit formulierte lineare Zusammenhang zwischen der Risikoprämie und dem systematischen Risiko (Beta) eines riskanten Assets bzw. Portfolios gilt für diskrete (normalverteilte) Renditen über einen nicht näher spezifizierten Einperiodenhorizont. Die Modifikation dieser und anderer Modellannahmen, so z.B. die Annahme lognormalverteilter Kursrelationen, führt zu speziellen Modellvarianten, die mehr oder minder stark von der ursprünglichen Form des CAPM abweichen.<sup>66</sup> Im Einklang mit dem bisherigen Annahmengerüst (insbesondere Geometrisch Brownsche Bewegung) wählen wir einen alternativen Ansatz, der die Bewertung nicht in Relation zum CAPM-Marktportfolio vornimmt, sondern zum Log-optimalen Portfolio G, d.h. zum Portfolio mit der höchsten erwarteten Log-Rendite (vgl. dazu nochmals Abb. 5). Die auf der Basis dieses modifizierten CAPM erwartete Überschussrendite ergibt sich für ein Asset  $i$  wie folgt:<sup>67</sup>

$$(9) \quad \mu_i^{\text{Modell}} - r_f = \beta_{i,G} * \sigma_G^2 - 0,5 * \sigma_i^2$$

mit 
$$\beta_{i,G} = \frac{\rho_{i,G} * \sigma_i * \sigma_G}{\sigma_G^2} .$$

Für Assets mit verhältnismäßig geringer Varianz kann der zweite Term vernachlässigt werden, so dass die erwartete Überschussrendite annähernd proportional zum Beta des Assets gegenüber dem Portfolio G ist. Dieser lineare Zusammenhang zwi-

<sup>65</sup> Die Bezeichnung des Tracking-Error-VaR (TEVaR) findet sich in Jorion (1997), S. 216-219. Der Terminus Value-Added-at-Risk (VAaR) geht auf Schlenger (1997) zurück; synonym dazu steht der Begriff Alpha-Value-at-Risk (AVaR) in Gibson (1997), S. 235.

<sup>66</sup> Vgl. zum modifizierten CAPM unter lognormalverteilten Kursrelationen Bawa / Chakrin (1979), S. 55-61, Kahn / Stefek (1996), S. 9-12 und Leland (1999).

<sup>67</sup> Vgl. zu diesem Bewertungsmodell Luenberger (1998), S. 432-438. Im Gegensatz zum CAPM handelt es sich nicht um ein Gleichgewichtsmodell, weil keine Annahmen zum Anlegerverhalten getroffen werden.

schen Rendite und Beta löst sich jedoch auf, wenn man die realitätsnahe Annahme trifft, dass die Volatilität aller Assets proportional zum jeweiligen Beta steigt. In diesem Fall nimmt die Rendite/Beta-Beziehung die Form einer umgekehrten Parabel an, deren Scheitelpunkt durch das Wachstumsportfolio G (mit Beta = 1 per definitionem) gebildet wird. Das Bewertungsmodell ist jedoch nicht nur für den – aufgrund der extremen Zusammensetzung des Portfolios G – praxisirrelevanten Fall anwendbar, dass das Wachstumsportfolio die Benchmark darstellt. Die Benchmark kann vielmehr jedes Mischportfolio aus dem Portfolio G und der risikofreien Anlage sein.

Wenn man dieses Bewertungsmodell als relevanten Maßstab der Wertpapieranalyse anerkennt, lässt sich jedes Asset hinsichtlich seiner modellkonformen Bewertung untersuchen. Eine Abweichung der erwarteten Log-Risikoprämie von der Modellbewertung schlägt sich in einer Differenzialrendite nieder, die in der Taktischen Asset Allocation allgemein als Alpha bekannt ist. Überträgt man dieses für diskrete Renditen entwickelte Konzept direkt auf das obige Bewertungsmodell, erhält man folgendes (Log-)Alpha:

$$(10) \quad \alpha_{i,G} = \mu_i - \mu_i^{Modell} = \mu_i - \left( r_f + \beta_{i,G} * \sigma_G^2 - 0,5 * \sigma_i^2 \right).$$

Das Gegenstück zur relativen Renditeerwartung (Alpha) ist die Standardabweichung der aktiven Renditen (= Asset- bzw. Portfoliorendite minus Benchmarkrendite). Sie wird im Asset Management als Tracking Error bezeichnet.<sup>68</sup> Analog zur absoluten Rendite/Risiko-Analyse kann man die benchmarkorientierten Konzepte Alpha und Tracking Error zusammenführen, um im Rahmen des aktiven Managements über die optimale Ausrichtung der Taktischen Asset Allocation zu entscheiden. Der relative Value-at-Risk kann diese Entscheidung wiederum hinsichtlich der Risikopositionierung begleiten und unterstützen.

Zur Interpretation des relativen VaR ist die Vorstellung nützlich, dass damit der Value-at-Risk eines Long-Short-Portfolio quantifiziert wird, das long im aktiv gemanagten Portfolio und short im Benchmarkportfolio investiert ist.<sup>69</sup> Wenn sich die Betas beider Portfolioseiten entsprechen, handelt es sich also um ein marktneutrales (Hedge-)Portfolio, dessen Risiko als *Residualrisiko* bezeichnet wird. Je nachdem, ob

<sup>68</sup> Das Konzept und die Berechnung des Tracking Errors werden z.B. in Beckers (1999), S. 50-52 und in Grinold / Kahn (2000), S. 47-52 erläutert. Sofern kein Market Timing (taktische Betaadjustierung) erfolgt, entspricht der Tracking Error dem sog. Residualrisiko.

<sup>69</sup> Vgl. Dembo (1997), S. 2 und Glauber (1998), S. 40.

das (Log-)Alpha als relativer Erwartungswert in die Ermittlung des relativen VaR einfließt oder nicht, erhält man als Resultat einen Value-Added-at-Risk oder einen Tracking-Error-Value-at-Risk.

Für die Berechnung des *Tracking-Error-Value-at-Risk* (TEVaR) wird Alpha implizit gleich null gesetzt, so dass man die kritische relative (Log-)Rendite als Vielfaches des Tracking Errors (TE) erhält.<sup>70</sup> In Äquivalenz zu (2) lässt sich formal schreiben:

$$(11) \quad \text{TEVaR}(\alpha = 0, TE, p, T) = V * \left[ \exp(-L(p) * TE * \sqrt{T}) - 1 \right].$$

Das Ergebnis gibt mit bestimmter Konfidenz und für einen bestimmten Horizont an, wie hoch die abweichungsbedingte Underperformance des Portfolios relativ zur Benchmark – ausgedrückt in Geldeinheiten – ausfallen kann.<sup>71</sup> Die Höhe des Tracking-Error-Value-at-Risk ist dabei unabhängig von der Renditeverteilung und damit auch unabhängig vom Value-at-Risk der Benchmark.<sup>72</sup> Man kann den TEVaR auch als die möglichen Opportunitätskosten interpretieren, die mit der Entscheidung für das aktive Portfoliomanagement verbunden sind.

Der *Value-Added-at-Risk* (VAaR) unterscheidet sich vom TEVaR durch die explizite Einbeziehung der erwarteten relativen Rendite (Alpha). Dabei stellt sich die Frage nach dem Vorzeichen und der Höhe des Alphas eines Portfolios. Wenn man von der hochgradigen Effizienz der Märkte überzeugt ist und die Erfolgsaussichten des aktiven Managements skeptisch beurteilt, könnte man für ein aktiv gemanagtes Portfolio ein negatives Alpha ansetzen, um den a-priori-Nachteil infolge höherer Transaktions- und Managementkosten im Vergleich zum passiven Management abzubilden. Der eigentliche Mangel, nämlich die grundsätzliche Inferiorität des aktiven Managements, würde dadurch aber nicht geheilt. Die rationale Konsequenz wäre der Übergang zum passiven Management. Wenn man hingegen die Möglichkeit einer nicht nur zufallsbedingten Outperformance zulässt, ist es in Einklang mit den zentralen Prinzipien der Modernen Portfoliotheorie konsequent, ein positives Alpha anzu-

<sup>70</sup> Diese Vorgehensweise ließe sich damit rechtfertigen, dass der durchschnittliche Portfoliomanager vor Kosten gerade die Rendite des Gesamtmarktes und damit ein Alpha von null erwirtschaftet.

<sup>71</sup> Ein TEVaR von –5% besagt, dass das betreffende Portfolio mit der Wahrscheinlichkeit  $p$  und bezogen auf den Horizont  $T$  nicht mehr als 5 Prozentpunkte schlechter als die Benchmark abschneiden wird. Dies bedeutet beispielsweise, dass die Portfoliorendite mindestens 10% betragen sollte, wenn die Benchmark eine Rendite von 15% liefert.

<sup>72</sup> Die Aussage „If the benchmark's VaR is lower than that of the managed portfolio, the manager is expected to outperform his benchmark“ (Tan / Gautham (1999), S. 40) ist so nicht haltbar.

setzen. Das bewusste Eingehen von aktiven Tracking Error-Risiken ist nämlich nur rational, wenn diese durch eine adäquate Wertschöpfungskomponente in Form einer positiven relativen Renditeerwartung kompensiert werden.<sup>73</sup> In Äquivalenz zu (1) erhält man für den Value-Added-at-Risk (VAaR) formal:

$$(12) \quad \text{VAaR}(\alpha, TE, p, T) = V * \left[ \exp(\alpha * T - L(p) * TE * \sqrt{T}) - 1 \right].$$

Die Unterscheidung zwischen den beiden Typen des relativen Value-at-Risk lässt sich für  $V=1$  auch graphisch erfassen, wie das Alpha/Tracking-Error-Diagramm in Abb. 10 verdeutlicht.<sup>74</sup> Die Benchmark hat konstruktionsbedingt ein Alpha von null und – als einziges Portfolio – einen Tracking Error von ebenfalls null.

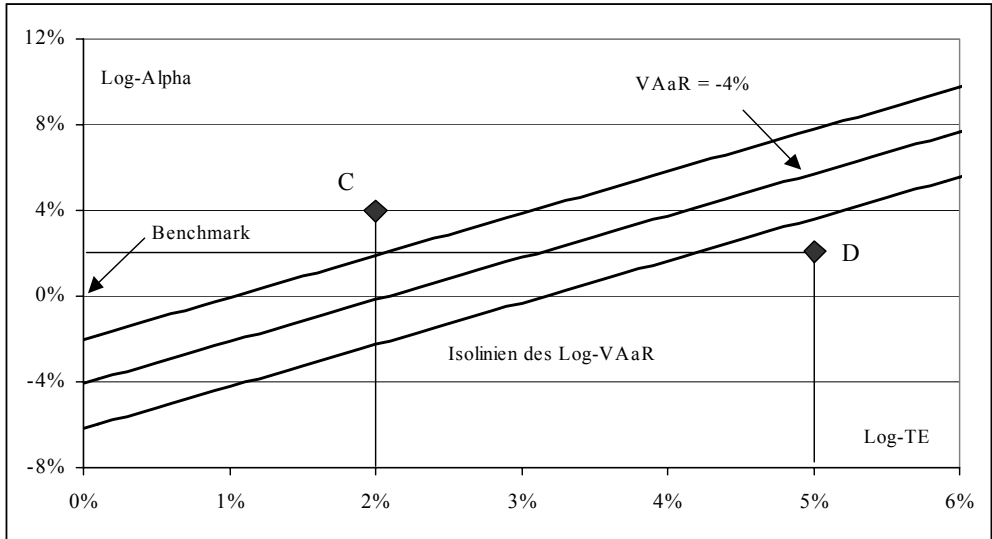
Die Grafik zeigt ausgewählte Isolinien mit konstanten (logarithmierten) VAaR-Werten in Höhe von  $-2\%$  p.a.,  $-4\%$  p.a. und  $-6\%$  p.a.<sup>75</sup> Sämtliche aktive Portfolios, die auf ein und derselben Geraden liegen, sind in Bezug auf den (Log-)VAaR äquivalent. Insofern kann diese Form der Darstellung auch als Alternative zur Visualisierung eines VaR-Limits gemäß Abb. 3 und 4 aufgefasst werden. Demnach sind alle taktischen Allokationen zulässig, die oberhalb der kritischen VAaR-Isolinie liegen, wobei man davon ausgehen kann, dass rationalerweise nur solche im Bereich positiver Alphas ins Kalkül gezogen werden. In der Abb. 10 ist zum Beispiel die Umsetzung des aktiv gemanagten Portfolios D (mit Alpha = 2% und Tracking Error = 5%) mit keiner der drei VAaR-Restriktionen kompatibel, weil es einen VAaR von rund  $-7,80\%$  aufweist. Dagegen ist das aktiv gemanagte Portfolio C aufgrund seines außerordentlich attraktiven relativen Rendite-Risikoprofils (Alpha = 4%, Tracking Error = 2%, Information Ratio = 2) bei einem VAaR von rund  $+0,08\%$  mit jeder der

<sup>73</sup> „In fact, the (implicit or explicit) objective of most portfolio managers is to add value relative to a predefined benchmark.“ Beckers (1999), S. 49. Angesichts der Subjektivität der Alphaerwartung und der damit verbundenen potenziellen Gefahr einer Unterschätzung der Opportunitätskosten des aktiven Managements bleibt die entscheidende Frage nach der Höhe des positiven Alphas im Kontext des relativen VaR. Eine theoretisch fundierte und objektivierte Vorgehensweise besteht darin, das sog. implizite Portfolioalpha als Driftkomponente anzusetzen, das sich mit Hilfe des Tracking Errors in Verbindung mit der Risikoeinstellung des Anlegers (sofern diese bereits bekannt ist) ermitteln lässt. Vgl. zu dieser möglichen Vorgehensweise für den Fall diskreter Renditen Schlenger (1997) und Schlenger (1998), S. 524-528.

<sup>74</sup> Es sei darauf hingewiesen, dass das Achsenkreuz in der Abb. 10 nicht im Nullpunkt liegt.

<sup>75</sup> Man erhält die Funktionsgleichung dieser Isolinien, indem man den Value-Added-at-Risk (VAaR) in (12) betragslich fixiert und die Formel dann nach (Log-)Alpha auflöst. Die Ordinatenabschnitte stellen relative Sicherheitsäquivalente dar, die jeweils dem Wert  $\ln(1+\text{fixierter VAaR})$  entsprechen.

drei Limitgeraden vereinbar. Im Übrigen entsprechen die Möglichkeiten und Grenzen der Anwendung des relativen VaR in der Taktischen Asset Allocation weitgehend denen der absoluten VaR-Variante in der Strategischen Asset Allocation.



**Abb. 10: Isolinien für den Value-Added-at-Risk**

### Risikoadjustierte Portfoliokennzahlen auf der Basis des Value-at-Risk

Die Moderne Portfolio- und Kapitalmarkttheorie kennt eine Reihe von risikoadjustierten Kennzahlen zur Beurteilung von Portfolios. In der ex-ante-Analyse dienen diese Kennzahlen der Portfolioplanung und der Auswahlentscheidung über Investitionsalternativen. In der ex-post-Anwendung finden sie Anwendung zur Leistungsbeurteilung im Rahmen der *Performancemessung* und -analyse sowie gegebenenfalls als Bemessungsgrundlage ergebnisorientierter Vergütungssysteme.<sup>76</sup> Die Risikoadjustierung dient dabei jeweils der Gleichnamigmachung zwecks Vergleichbarkeit der Portfolios.<sup>77</sup> Eine eindimensionale Betrachtung wird den Erfordernissen des Asset Managements regelmäßig nicht gerecht.

<sup>76</sup> Vgl. zur Performancemessung ausführlich Wittrock (2000) und zur performanceabhängigen Vergütung von Asset Managern Raulin (1996).

<sup>77</sup> In diesem Zusammenhang ist auf den für das Asset Management zentralen Grundsatz der Kompatibilität zwischen den ex-ante relevanten Entscheidungskriterien und den ex-post angelegten Beurteilungskriterien hinzuweisen.

Die unterschiedlichen Kennzahlen (Ratios) setzen jeweils eine Renditegröße in Relation zu einer Risikogröße, wobei sie sich durch die Definition der Rendite- und/oder der Risikogröße unterscheiden. Die bekanntesten und für die Asset Allocation wichtigsten Kennzahlen sind die *Sharpe-Ratio* und die *Information-Ratio*. Die Sharpe-Ratio basiert auf den Annahmen der Portfoliotheorie (u.a. Normalverteilungsannahme) und bezieht sich auf die absolute Rendite-Risiko-Ebene. Sie stellt die absolute Rendite bzw. Risikoprämie eines Portfolios der Standardabweichung der Portfoliorenditen gegenüber. Überträgt man das für diskrete Renditen entwickelte Konzept naiv in die Welt der Log-Renditen, so erhält man für die Sharpe-Ratio (*SR*) eines Portfolios P im ex-ante-Modus folgenden Ausdruck.<sup>78</sup>

$$(13) \quad SR_P(T) = \frac{(\mu_P - r_f) * T}{\sigma_P * \sqrt{T}}.$$

Man kann die derart formulierte Sharpe-Ratio nun so erweitern, dass ein Value-at-Risk-Ausdruck (ohne Drift, in Log-Form) im Nenner erscheint. Dazu wird die Sharpe-Ratio in (13) mit dem Faktor  $-1/L(p)$  multipliziert. Die daraus resultierende Ratio wird als Risk Adjusted Return on Capital (*RAROC*) bezeichnet und in folgender Weise notiert.<sup>79</sup>

$$(14) \quad RAROC_P(T) = \frac{SR_P(T)}{-L(p)} = \frac{(\mu_P - r_f) * T}{-L(p) * \sigma_P * \sqrt{T}} = \frac{(\mu_P - r_f) * T}{\ln \text{VaR}(\mu = 0, \sigma, p, T)}.$$

Die Vernachlässigung der Driftkomponente im VaR-Ausdruck (siehe Nenner) ist nicht zwingend, vereinfacht hier aber die Darstellung des Zusammenhangs zwischen dem RAROC und der Sharpe-Ratio.

Die in (13) und (14) formulierten Konzepte zur Risikoadjustierung lassen sich auch auf relative Renditen anwenden. An die Stelle der Sharpe-Ratio tritt in der Taktischen Asset Allocation die sog. *Information-Ratio (IR)*. Diese entspricht dem Ver-

<sup>78</sup> Es sei darauf hingewiesen, dass die Sharpe Ratio üblicherweise als p.a.-Größe definiert ist.

<sup>79</sup> Vgl. dazu auch Dowd (1998), S. 152-153 und Shimko (1998), S. 70. Dabei ist nach Dowd (1998), S. 155 zu beachten, dass „... this RAROC risk adjustment procedure is not to be confused with the RAROC risk measurement/management systems used by Bankers Trust“. Vgl. zu Letzterem McCarthy (1997).

hältnis aus Alpha und Tracking Error. Im Log-Modus ergibt sich hierfür folgender Ausdruck:<sup>80</sup>

$$(15) \quad IR_P(T) = \frac{\alpha_P * T}{TE_P * \sqrt{T}}.$$

Die modifizierte Information-Ratio enthält - entsprechend dem RAROC-Konzept - einen VaR-Ausdruck im Nenner, wobei es sich diesmal jedoch um eine relative VaR-Größe (ohne Alphakomponente, in Log-Form) handelt.<sup>81</sup>

$$(16) \quad \begin{aligned} \text{RAROC}_P^{\text{relativ}}(T) &= \frac{IR_P(T)}{-L(p)} = \frac{\alpha_P * T}{-L(p) * TE_P * \sqrt{T}} \\ &= \frac{\alpha_P * T}{\ln \text{TEVaR}(\alpha = 0, TE, p, T)} \end{aligned}$$

Die theoretisch fundierte Einschätzung der Aussagefähigkeit und der Praxistauglichkeit von risikoadjustierten Portfoliokennzahlen auf Basis des Value-at-Risk (absoluter und relativer RAROC) ist grundsätzlich schwierig. Shimko (1998) vertritt die Auffassung, dass mit Hilfe des RAROC die für das Asset Management relevante Bezugsgröße adäquat abgebildet werde. Die entscheidende Grundlage der Returnberechnung sei demnach nicht das gesamte investierte Kapital (Assets under Management), sondern nur das tatsächliche Risikokapital, das der Möglichkeit des Totalverlustes unterliegt. Folglich liege der eigentliche Nutzen des Value-at-Risk für das Portfoliomanagement nicht in seiner isolierten Anwendung, sondern in seiner Integration in eine Risiko-Rendite-Betrachtung mittels RAROC.<sup>82</sup>

Die konzeptionelle Einfachheit der risikoadjustierten Portfoliokennziffern auf VaR-Basis birgt grundsätzlich die Gefahr, dass die damit verbundenen potenziellen Fallstricke übersehen und die Kennziffern Entscheidungssituationen verwendet werden, für die sie nicht ausgelegt sind. In diesem Zusammenhang ist auf die Kritik von Kahn / Stefek (1996) zu verweisen.<sup>83</sup> Demnach sind Portfoliokennzahlen, die eine

<sup>80</sup> Die Information Ratio variiert c.p. ebenso wie die Sharpe-Ratio mit dem Horizont  $T$ . Aus Gründen der Vergleichbarkeit werden beide Kennzahlen zumeist auf einen einjährigen Horizont normiert ( $T=1$ ).

<sup>81</sup> Vgl. auch Dembo (1997), S. 7 und Falloon (1999), S. 31.

<sup>82</sup> Vgl. dazu Shimko (1998).

<sup>83</sup> Vgl. Kahn / Stefek (1996).

(mittlere bzw. erwartete) Renditegröße in Relation zu einem Maß des Downside-Risikos (Lower Partial Moment) setzen, weder für ex-ante- noch für ex-post-Anwendungen tauglich, weil sie informations- und präferenzbasierte Entscheidungselemente in theoretisch unzulässiger Weise vermischen.<sup>84</sup> Für den Value-at-Risk gilt diese Kritik nicht in dieser absoluten Schärfe, wenn man von der Annahme annähernd (log-)normalverteilter Kursrelationen ausgeht.<sup>85</sup> Gleichwohl sollte man sich dieser Einwände in jedem Fall bewusst sein, wenn man den Einsatz des Value-at-Risk im Asset Management in Erwägung zieht.

## 5. Schlussbetrachtung

Die Anwendungsmöglichkeiten des Value-at-Risk in der längerfristig orientierten Kapitalanlage von Institutionen wie *Versicherungen* und Pensionskassen sind vielfältig.<sup>86</sup> Unsere Ausführungen verdeutlichen, dass die im Handelsbereich von Banken anerkannte Risikokennziffer auch zur Entscheidungsunterstützung und Entscheidungsfindung im Asset Management tauglich ist, wenn man bestimmte Annahmen trifft und akzeptiert.<sup>87</sup> Diese Annahmen entsprechen im Wesentlichen denen, die auch der modernen Bewertung von Derivaten zugrunde liegen. Aus diesem Grund sollten sie prinzipiell konsensfähig sein.<sup>88</sup> Gleichwohl ist in der Praxis ein gewisses Maß an Pragmatismus erforderlich, um die Synthese von klassischer Portfolio Selection Theory und Value-at-Risk zu vollziehen.

Mit der Strategischen Asset Allocation und der Taktischen Asset Allocation haben wir die wichtigsten Entscheidungsebenen der institutionellen Kapitalanlage mit

---

<sup>84</sup> Bezogen auf die ex-post-Anwendung schreiben Kahn / Stefek (1996), S. 12-13: „No proposed ratio of portfolio return to downside risk ... will solve the performance analysis problem. ... Historical downside risk contributes nothing to performance analysis.“

<sup>85</sup> Vgl. zum formalen Zusammenhang zwischen Lower-Partial-Moments (konkret:  $LPM_0$  = Ausfallwahrscheinlichkeit) und Value-at-Risk Albrecht et al. (1996), S. 12-13.

<sup>86</sup> Die speziellen Fragen der Anwendung des Value-at-Risk in Versicherungsunternehmen diskutieren Albrecht et al. (1996), S. 3-24.

<sup>87</sup> Bestätigt wird diese Auffassung u.a. durch die Aussage, dass „... recent research by RiskMetrics ... has shown that Value-at-Risk ... is a useful tool for asset managers in analyzing their long-term risks“. Wulteputte (1999), S. 21.

<sup>88</sup> Dieses Erfordernis wird spätestens dann schlagend, wenn das Portfolio, welches Gegenstand der VaR-Analyse ist, selbst Derivate enthält bzw. synthetisch Derivate repliziert.

Blick auf die mögliche Rolle des Value-at-Risk behandelt.<sup>89</sup> Dies geschieht in dem Bewusstsein, dass sich der eigentliche Nutzen des Value-at-Risk erst auf der Ebene des globalen Risikomanagements voll entfalten kann, welches die verschiedenen Teilbereiche im Kontext des Gesamtportfolios integriert.<sup>90</sup> Die Hinwendung vieler institutioneller Anleger zu einem solchen integrierten Risikomanagement und die damit verbundenen hohen Anforderungen an die Systeme und den Datenhaushalt erhöhen tendenziell die Bedeutung des Global Custody als zentraler Controllinginstanz.<sup>91</sup>

In den USA gewinnt der Value-at-Risk zunehmend auch im Asset Management an Beachtung.<sup>92</sup> Wir erwarten, dass diese Risikokennziffer – der aktuellen Entwicklung in den Vereinigten Staaten folgend – in absehbarer Zeit auch im deutschen Asset Management verstärkt Einzug hält. Damit verbunden ist die Tendenz auf Seiten der institutionellen Anleger, die Asset Allocation mehr denn je auch als Risk Allocation zu begreifen und mittels des Instrumentes der Value-at-Risk-Budgetierung konsequent zu managen. Vorstellbar ist, dass sich im Zuge dieser Entwicklung professionelle „Asset Risk Management Standards“ herauskristallisieren, welche die praktische Implementierung und Anwendung des Value-at-Risk im Asset Management unterstützen und im Interesse der Vergleichbarkeit vereinheitlichen.

---

<sup>89</sup> Ein weiterer möglicher Anwendungsbereich des Value-at-Risk im Asset Management ist die sog. Constant Proportion Portfolio Insurance (CPPI) als spezieller Variante der Dynamischen Asset Allocation. Für eine Diskussion des Value-at-Risk im Kontext der Dynamischen Asset Allocation verweisen wir auf den Beitrag von Rohweder im vorliegenden Handbuch.

<sup>90</sup> Das (Multi-Manager-)Gesamtportfolio (sog. Total Plan) eines institutionellen Anlegers ist das Aggregat der Direktanlagen und aller extern verwalteten Mandate. Vgl. dazu Kahn et al. (1997). Zu beachten ist, dass der Value-at-Risk des Gesamtportfolios weder der Summe der VaR-Werte der Einzelportfolios noch der Summe aus dem absoluten VaR der globalen Benchmark und dem globalen Value-Added-at-Risk entspricht.

<sup>91</sup> „In the new wave of performance management, fund managers may be pressured to submit their positions to independent third-party VaR calculation agents.“ Shimko (1998), S. 71. Für eine unabhängige und neutrale VaR-Messung im Asset Management plädiert auch McCarthy (1997), S. 20.

<sup>92</sup> Vgl. dazu Falloon (1999), S. 26-31.

## Literaturverzeichnis

- Albrecht, P. / Bährle, H. / König, A.: (Albrecht et al., 1996): Value-at-Risk: A Risk Theoretical Perspective with Focus on Applications in the Insurance Industry, in: Albrecht, P. (Hrsg.), Aktuelle Ansätze für Finanz-Risiken (AFIR 1996), Bd. 1, Karlsruhe 1996, S. 3-24.
- Albrecht, T. (Albrecht, 1999): Asset Allocation und Zeithorizont, Bad Soden / Ts. 1999.
- Ambachtsheer, K. P. (Ambachtsheer, 1987): Strategic Approaches to Asset Allocation, in: Asset Allocation for Institutional Portfolios, Charlottesville (VA) 1987, S. 24-34.
- Ammann, D. (Ammann, 1992): Asset and Liability Management für Pensionskassen, in: Finanzmarkt und Portfolio Management, 1992, Nr.2, S. 193-203.
- Arnott, R. D. / Bernstein, P. L. (Arnott / Bernstein, 1990): Defining and Managing Pension Fund Risk, in: Fabozzi, F. J. (Hrsg.), Pension Fund Investment Management: A Handbook for Sponsors and their Advisors, Chicago (IL) 1990, S. 33-53.
- Baumol, W.J. (Baumol, 1963): An Expected Gain-Confidence Limit Criterion for Portfolio Selection, in: Management Science, October, 1963, S. 174-182.
- Bawa, V. S. / Chakrin, L. M. (Bawa / Chakrin, 1979): Optimal Portfolio Choice and Equilibrium in a Lognormal Securities Market, in: TIMS Studies in the Management Sciences Vol. 11, 1979, S. 47-62.
- Beckers, S. (Beckers, 1999): A Survey of Risk Management Theory and Practice, in: Chichester, C. A. (Hrsg.), Risk Management and Analysis, Vol. 1, 1999, S. 39-60.
- Beckström, R. A. / Lewis, D. / Roberts, C. (Beckström et al., 1994): VAR: pushing risk management to the statistical limit, in: Capital Market Strategies, November, 1994, S. 9-15.
- Beeck, H. / Johanning, L. / Rudolph, B. (Beeck et al., 1999): Value-at-Risk-Limitstrukturen zur Steuerung und Begrenzung von Marktrisiken im Aktienbereich, in: OR Spektrum, 21. Jg., 1999, S. 259-286.
- Brinson, G. P. / Singer, B. D. / Beebower, G. L. (Brinson et al., 1991): Determinants of Portfolio Performance II: An Update, in: Financial Analysts Journal, May / June 1991, S. 40-48.
- Campbell, J. Y. / Lo, A. W. / MacKinlay, A. C. (Campbell et al., 1997): The Econometrics of Financial Markets, Princeton (NJ) 1997.

- Christoffersen, P. F. / Diebold, F. X. / Schuermann, T. (Christoffersen et al., 1998): Horizon Problems and Extreme Events in Financial Risk Management, Working Paper 98/16, The Wharton School, University of Pennsylvania, 1998.
- Culp, C. L. / Mensink, R. / Neves, A. (Culp et al., 1998): Value at Risk for Asset Managers, in: *Derivatives Quarterly*, Winter, 1998, S. 21-33.
- de La Grandville, O. (de La Grandville, 1998): The Long-Term Expected Rate of Return: Setting it Right, in: *Financial Analysts Journal*, November / December, 1998, S. 75-80.
- Dembo, R. S. (Dembo, 1997): Value-At-Risk and Return, in: *The Electronic Journal of Financial Risk*, October, 1997 No.1 (verfügbar unter [www.netexposure.co.uk](http://www.netexposure.co.uk)).
- Dixit, A. K. / Pindyck, R. S. (Dixit / Pindyck, 1994): *Investment under Uncertainty*, Princeton (NJ) 1994.
- Dowd, K. (Dowd, 1998): *Beyond Value at Risk: The New Science of Risk Management*, Chichester 1998.
- Elton, E. J. / Gruber, M. J. (Elton / Gruber, 1974): Portfolio Theory When Investment Relatives are Lognormally Distributed, in: *Journal of Finance*, September, 1974, S. 1265-1273.
- Falloon, W. (Falloon, 1999): Growin'up, in: *Risk*, Vol. 12, February, 1999, S. 26-31.
- Fama, E. F. / French, K. R. (Fama / French, 1992): The Cross-Section of Expected Stock Returns, in: *Journal of Finance*, Vol. 47, 1992, No. 2, S. 427-465.
- Frantzmann, H.-J. (Frantzmann, 1998): Der Risikobegriff im Investmentmanagement, in: *Handbuch Portfoliomanagement*, Bad Soden / Taunus 1998, S. 387-401.
- Gibson III, L. (Gibson, 1997): Managing Firmwide Risk for Pension Funds, in: Fabbozzi, F. J. (Hrsg.), *Pension Fund Investment Management*, New Hope (PA) 1997, S. 235-260.
- Glauber, R. (Glauber, 1998): Relative values, in: *Risk*, Volume 11, January, 1998, S. 39-40.
- Gramlich, D. / Peylo, B. T. / Staaden, M. (Gramlich et al., 1999): Effiziente Portfolios im  $\mu$ -VaR-Raum, in: *Die Bank*, 1999, Nr. 6, S. 422-425.
- Grinold, R. C. / Kahn, R. N. (Grinold / Kahn, 2000): *Active Portfolio Management*, 2<sup>nd</sup> edition, New York 2000.
- Hammer, D. A. (Hammer, 1994): The Importance of Time-Horizon, in: Lederman, J. / Klein, R. A. (Hrsg.), *Global Asset Allocation*, New York 1994, S. 39-54.
- Harlow, W. V. (Harlow, 1991): Asset Allocation in a Downside-Risk Framework, in: *Financial Analysts Journal*, September / October 1991, S. 28-40.

- Hensel, C. R. / Turner, A. L. (Hensel / Turner, 1999): Making Superior Asset Allocation Decisions: A Practitioner's Guide, in: Ziemba, W. T. / Mulvey, J. M. (Hrsg.), *Worldwide Asset and Liability Modeling*, Cambridge 1999 (Reprint), S. 62-83.
- Hull, J. (Hull, 1989): *Options, Futures, and Other Derivative Securities*, New Jersey 1989.
- Ibbotson, R. G. / Kaplan, P. D. (Ibbotson / Kaplan, 2000): Does Asset Allocation Policy Explain 40, 90 or 100 Percent of Performance?, in: *Financial Analysts Journal*, January / February 2000, S. 26-33.
- Johanning, L. (Johanning, 1998): *Value-at-Risk zur Marktrisikosteuerung und Eigenkapitalallokation*, Uhlenbruch Verlag, Bad Soden / Ts. 1998.
- Jorion, P. (Jorion, 1997): *Value at Risk: The New Benchmark for Controlling Derivatives Risk*, Chicago 1997.
- Kahn, R. N. / Demakis, D. W. / Cesare, C. J. (Kahn et al., 1997): *Plan-Wide Risk*, in: *RogersCasey Research Insights*, Darien (CT) 1997.
- Kahn, R. N. / Stefek, D. (Kahn / Stefek, 1996): *Heat, Light and Downside Risk*, BARRA Research Paper, Berkeley (CA) 1996.
- Kleeberg, J. M. (Kleeberg, 1995): *Der Anlageerfolg des Minimum-Varianz-Portfolios*, Bad Soden / Taunus 1995.
- Kritzman, M. (Kritzman, 1990): *Asset Allocation for Institutional Portfolios*, Illinois 1990.
- Kritzman, M. (Kritzman, 1995): *The Portable Financial Analyst: What Practitioners Need to Know*, Chicago (IL) 1995.
- Leibowitz, M. L. / Bader, L. N. / Kogelman, S. (Leibowitz et al. 1996): *Return Targets and Shortfall Risks: Studies in Strategic Asset Allocation*, Chicago (IL) 1996.
- Leland, H. E. (Leland, 1999): *Beyond Mean-Variance: Performance Measurement in a Nonsymmetrical World*, in: *Financial Analysts Journal*, January / February 1999, S. 27-36.
- Luenberger, D. G. (Luenberger, 1998): *Investment Science*, New York 1998.
- Lucas, A. / Klaassen, P. (Lucas / Klaassen, 1998): *Extreme Returns, Downside Risk, and Optimal Asset Allocation*, in: *Journal of Portfolio Management*, Fall, 1998, S. 71-79.
- McCarthy, M. (McCarthy, 1997): *Value at Risk in an Investment Management Business: Enhancing the Control Framework*, in: *Bank Accounting & Finance*, 1997, No. 10, S. 17-23.

- Nager, J. (Nager, 1998): Innovative Ansätze im Asset-Liability-Management, in: Handbuch Portfoliomanagement, Bad Soden / Taunus 1998, S. 239-264.
- Poddig, T. / Dichtl, H. / Petersmeier, K. (Poddig / Dichtl / Petersmeier, 2000): Statistik, Ökonometrie, Optimierung – Methoden und ihre praktische Anwendungen in Finanzanalyse und Portfoliomanagement, Uhlenbruch Verlag, Bad Soden / Ts. 2000.
- Raulin, G. (Raulin, 1998): Leistungsorientierte Entlohnung von Portfoliomanagern, Bad Soden / Taunus 1996.
- Reichling, P. (Reichling, 1996): Safety First-Ansätze in der Portfolio-Selektion, in: zbf, 48. Jg., 1996, Nr. 1, S. 31-55.
- Schlenger, C. (Schlenger, 1998): Aktives Management von Aktienportfolios, Bad Soden / Taunus 1998.
- Schlenger, C. (Schlenger, 1997): Value-Added-at-Risk, in: Die Bank, 1997, Nr. 12, S. 726-729.
- Schmidt-von Rhein, A. (Schmidt-von Rhein, 1998): Portfoliooptimierung mit der Ausfallvarianz, in: Handbuch Portfoliomanagement, Uhlenbruch Verlag, Bad Soden / Taunus 1998, S. 591-625.
- Schröder, M. (Schröder, 1996): The Value at Risk Approach, in: Albrecht, P. (Hrsg.), Aktuarielle Ansätze für Finanzrisiken (AFIR 1996), Bd. 1, Karlsruhe 1996, S. 151-169.
- Sharpe, W. F. (Sharpe, 1990): Asset Allocation, in: Maginn, J. L. / Tuttle, D. L. (Hrsg.), Managing Investment Portfolios: A Dynamic Process, 2<sup>nd</sup> Edition, Boston 1990, S. 7.1–7.71.
- Shimko, D. C. (Shimko, 1998): Applying Value-at-Risk Measures to Derivatives, in: AIMR (Hrsg.), Derivatives in Portfolio Management, Charlottesville (VA) 1998, S: 65-72.
- Tan, K. / Gautham, R. (Tan / Gautham, 1999): Applying Risk-Measurement and Management in the Administration of Large Asset Pools, in: The Journal of Performance Measurement, Spring, 1999, S. 37-44.
- Watsham, T. J. / Parramore, K. (Watsham / Parramore, 1997): Quantitative Methods in Finance, London 1997.
- Wilson, T. C. (Wilson, 1999): Value at Risk, in: Chichester, C. A. (Hrsg.), Risk Management and Analysis, Vol. 1, 1999, S. 61-124.
- Wittrock, C. (Wittrock, 2000): Messung und Analyse der Performance von Wertpapierportfolios, 3. Aufl., Uhlenbruch Verlag, Bad Soden/Ts. 2000.
- Wulteputte, K. (Wulteputte, 1999): Advanced Risk Management for Asset Management, in: Finance Line, Special Issue: Trema World Forum 1999, S. 20-21.

Zimmermann, H. (Zimmermann, 1991): Zeithorizont, Risiko und Performance: Eine Übersicht, in: Finanzmarkt und Portfolio Management, 5. Jg., 1991, Nr. 2, S. 164-181.